Analiza czasowa pasywnych układów mikrofalowych o dużej dobroci

Piotr Kozakowski

Rozprawa Doktorska

POLITECHNIKA GDAŃSKA Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki



Promotor: prof. dr hab. inż. Michał Mrozowski, prof. nadzw. PG

Gdańsk2002

Spis treści

1	$\mathbf{W}\mathbf{p}$	rowad	zenie	7	
	1.1	Cel pr	acy	11	
	1.2	Tezy p	macy	12	
	1.3	Zakres	g pracy	12	
2	Mo	delowa	nie sygnałów czasowych	15	
	2.1	Metod	a uogólnionego pęku funkcyjnego	17	
		2.1.1	Zagadnienie pęku macierzowego	18	
		2.1.2	Ekstrakcja biegunów modelu	18	
		2.1.3	Parametr pęku macierzowego	20	
		2.1.4	Wyznaczanie współczynników amplitudowych modelu	21	
		2.1.5	Algorytm budowy modelu	21	
	2.2	Odpov	viedź modelu czasowego w dziedzinie częstotliwości	21	
3	Automatyczna kreacja modeli				
	3.1	Wybó	r fragmentu sygnału czasowego do konstrukcji modelu	27	
		3.1.1	Technika wyboru ciągu próbek	27	
		3.1.2	Filtr ruchomej wartości średniej	30	
		3.1.3	Zdudnianie sygnału	31	
	3.2	Decyn	nacja sygnału	36	
		3.2.1	Problem zniekształcenia końcowych fragmentów przebiegu czasowego	38	
	3.3	Selekc	ja rzędu modelu	42	
		3.3.1	Wybór rzędu modelu na podstawie rzędu macierzy sygnałowej $\ . \ .$	43	
		3.3.2	Wybór rzędu modelu na podstawie statystyk AIC i MDL	44	
			3.3.2.1 Statystyki AIC i MDL dla przypadku poszukiwania współ- czynników modelu przez rozwiązanie uogólnionego proble-		
			mu własnego	45	
			3.3.2.2 Statystki oparte na błędzie estymacji sygnału w dziedzinie		
			czasu	46	
	3.4	Wszec	hstronność metody	47	
	3.5	Algory	rtm konstrukcji modelu	50	
	3.6	Efekty	wność modelowania	52	

4	Dob	oroć uł	cładów mikrofalowych	57		
	4.1	Dobro	ć rezonatorów–podstawowe definicje	58		
	4.2	4.2 Metody numeryczne wyznaczania współczynnika dobroci układów i				
		falowy	rch	60		
		4.2.1	Metoda perturbacyjna z całkowaniem rozkładu pola	61		
			4.2.1.1 Całkowanie w dziedzinie częstotliwości	62		
			4.2.1.2 Całkowanie w dziedzinie czasu	63		
		4.2.2	Metoda obliczania współczynnika dobroci przez splot sygnału cza-			
			sowego z zespoloną funkcją wykładniczą	64		
			4.2.2.1 Metoda wyznaczania amplitud pola	65		
			4.2.2.2 Metoda wyznaczania wartości $\partial E_s(t)/\partial t$	65		
			4.2.2.3 Modyfikacja metody Iidy	66		
		4.2.3	Metoda wyznaczania dobroci oparta na modelu sygnału czasowego .	69		
			4.2.3.1 Specyfika modelowania odpowiedzi czasowych rezonato-			
			rów dużej dobroci	70		
			4.2.3.2 Algortym modelowania odpowiedzi czasowych rezonatorów	70		
			4.2.3.3 Zalety i wady określania wartości współczynnika dobroci			
			układu o oparicu o jego model czasowy	71		
	4.3	Efekty	wność wybranych metod wyznaczana wartości współczynnika dobroci	71		
	4.4	Zastos	wwanie wybranych metod wyznaczania wartości współczynnika dobroci	72		
	4.5	Uwagi	końcowe	83		
5	Pełnofalowa optymalizacja oraz automatyczna synteza filtrów 85					
	5.1	Specy	fika zagadnienia optymalizacji metodą FD-TD	86		
	5.2	Pełnof	alowa synteza przez optymalizację	88		
	5.3	Optyn	nalizacja filtrów o wstępnie oszacowanych wymiarach geometrycznych	89		
		5.3.1	Wybór funkcji celu	89		
		5.3.2	Algorytm optymalizacji	93		
		5.3.3	Przykłady numerycznego strojenia filtrów Czebyszewa oraz filtrów			
			pseudo-eliptycznych	94		
		5.3.4	Efektywność procesu modelowania sygnałów czasowych			
			w przypadku strojenia numerycznego filtrów	97		
	5.4	Pełnof	alowa synteza przez optymalizację filtrów biegunowych Butterwortha			
		i Czeb	yszewa	98		
		5.4.1	Funkcja celu dla filtrów biegunowych	99		
		5.4.2	Technika ekstrakcji położenia biegunów bezpośrednio z sygnałów			
			czasowych	.00		
		5.4.3	Algorytm optymalizacji dla filtrów biegunowych 1	.01		
		5.4.4	Przykłady automatycznego projektowania filtrów biegunowych 1	.02		
		5.4.5	Efektywność procesu automatycznej syntezy filtrów biegunowych w			
			oparciu o optymalizację	.07		
	5.5	Pełnof	alowa synteza przez optymalizację			
		filtrów	pseudo-eliptycznych	.09		
		551	Kunkaja odu dla filtrów proudo aliptycznych	10		

		5.5.2 Technika ekstrakcji położenia zer i biegunów	112
		5.5.3 Algorytm optymalizacji dla filtrów pseudo-eliptycznych	113
		5.5.4 Specyfika modelowania sygnałów czasowych w optymalizacji filtrów pseudo-eliptycznych	114
		5.5.5 Przykłady automatycznego projektowania filtrów pseudo-eliptycznych	1115
		5.5.6 Efektywność procesu automatycznej syntezy filtrów pseudo-elipty-	1110
		cznych w oparciu o optymalizację	121
	5.6	Zwiększenie efektywności optymalizacji filtrów	100
		w dziedzinie czasu \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	123
		5.6.1 Algorytm optymalizacji nitrow z uwzględnieniem segmentacji struk-	194
		5.6.2 Przykład połnofalowaj syntozy filtru z wykorzystaniom techniki sor	124
		mentacji	126
6	Pod	sumowanie	129
	6.1	Automatyczna konstrukcja modeli	129
	6.2	Poprawa efektywności wyznaczania wartości współczynnika dobroci Automatyczne projektowanie filtrów mikrofalowych w oparcju o analize	131
	0.0	pełnofalowa	131
	6.4	Uwagi końcowe	134
Po	odzię	kowania	135
\mathbf{A}	Met	zoda różnic skończonych w dziedzinie czasu	137
	A.1	Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu	
		w układzie współrzędnych kartezjańskim	138
	A.2	A.1.1 Dyskretyzacja równań różniczkowych w metodzie FD-TD Stabilność algorytmu różnic skończonych w dziedzinie czasu–warunek Co-	138
		uranta	141
	A.3	Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu w cylindrycznym układzie	
		współrzędnych	141
	A.4	Ekstrakcja parametrów rozproszenia	143
		A.4.1 Metoda różnicowa wyznaczania współczynnika odbicia	144
		A.4.2 Definicje fal odbitej oraz transmitowanej	146
В	Dob	proć układów mikrofalowych	149
	B.1	Dobroć rezonatorów prostokątnych	149
	B.2	Dobroć rezonatorów cylindrycznych	151
	B.3	Dobroć rezonatorów złożonych	152
\mathbf{C}	Syn	teza wielomianów funkcji filtrującej	155
	C.1	Wymierność funkcji filtrującej	155
	C.2	Rekurencyjna synteza wielomianów	157

D	Met	Metoda Cauchy'ego 1			
	D.1	.1 Interpolacja wymierna funkcji zespolonej			
	D.2	2 Metoda Cauchy'ego dla zagadnienia aproksymacji odpowiedzi filtrów na			
		płaszczyźnie S	. 164		
		D.2.1 Równoczesna aproksymacja charakterystyk S_{11} i S_{21} metodą Cu-			
		achy'ego	. 167		
	D.3	Metoda Cauchy'ego w przypadku aproksymacji odpowiedzi filtrów na pła-			
		szczyźnie Z	. 169		

Symbole użyte w pracy

Symbole ogólne

\mathbf{A}	—	macierz
a	_	wektor
A_x	_	składowa x wektora w kartezjańskim układzie współrzędnych
A_y	_	składowa y wektora w kartezjańskim układzie współrzędnych
A_z	_	składowa z wektora w kartezjańskim układzie współrzędnych
A_{ρ}	_	składowa ρ wektora w cylindrycznym układzie współrzędnych
A_{ϕ}	—	składowa y wektora w kartezjańskim układzie współrzędnych
j	_	wartość urojona
$\Re e\{\cdot\}$	_	część rzeczywista
$\Im m\{\cdot\}$	_	część urojona
$(\cdot)^{-1}$	_	odwrotność macierzy
$(\cdot)^T$	_	transpozycja macierzy/wektora
$(\cdot)^H$	_	Hermitowska transpozycja macierzy/wektora

Wielkości fizyczne

E	—	składowa wektora natężenia pola elektrycznego
Η	_	składowa wektora natężenia pola magnetycznego
ε_r	—	względna przenikalność elektryczna
$\varepsilon_{r\perp}$	—	względna przenikalność elektryczna prostopadła do osi anizotropii ośrodka
$\varepsilon_{r\parallel}$	—	względna przenikalność elektryczna równoległa do osi anizotropii ośrodka
μ_r	_	względna przenikalność magnetyczna
ϵ_0	—	przenikalność elektryczna próżni
μ_0	_	przenikalność magnetyczna próżni
σ	—	przewodność ośrodka
R_s	—	rezystancja powierzchniowa
R_{ss}	—	rezystancja powierzchniowa nadprzewodnika wysokotemperaturowego
$\operatorname{tg}(\delta)$	—	tangens kąta stratności ośrodka
$\operatorname{tg}(\delta)_{\parallel}$	—	tangens kąta stratności równoległy do osi anizotropii ośrodka
$\operatorname{tg}(\delta)_{\perp}$	—	tangens kąta stratności prostopadły do osi anizotropii ośrodka
Q	—	współczynnik dobroć obwodu
Q_u	—	współczynnik dobroci nieobciążonej
Q_l	_	współczynnik dobroci obciążonej
Q_c	—	dobroć obwodu wynikająca ze strat przewodzenia

Q_d	_	dobroć obwodu wynikająca ze strat dielektrycznych
Q_{ds}	—	dobroć obwodu wynikająca ze strat suportu
Q_s	—	dobroć obwodu wynikająca ze strat nadprzewodnika
0		wysokotemperaturowego
Q_a	_	dobroc obwodu wynikająca ze obecności apertury odsprzęgającej energie
G	_	wspołczynnik geometryczny
p_e	—	współczynnik wypełnienia energią elektryczną
ω	—	częstotliwość kołowa
f_{-}	—	częstotliwość
eta	—	współczynnik propagacji
Γ	_	współczynnik odbicia
Skróty		
AIC	_	statystyka oceny rzędu modelu (ang. Akaike Information Criterion)
MDL	_	statystyka oceny rzędu modelu (ang. Minimum Description Length)
GPOF	_	metoda uogólnionego pedu funkcyjnego
		(ang. Generalized Pencil-of-Function Method)
QPT	_	metoda perturbacyina z całkowaniem w dziedzinie czasu
QPF	_	metoda perturbacyina z całkowaniem w dziedzinie czestotliwości
QCV	_	metoda splotu svenału czasowego z zespolona funkcja wykładnicza
OMP	_	metoda wyznaczania wartości współczynnika dobroci
QIVII		oparta na modelu svgnažu czasowego
OMM		tochnika wyznaczana wartości współczymnika dobroci
		oparta na matodzia dopagowania pól
7-9		funkcia colu dla gagadnicnia straionia numerugnoga filtráru
D D	—	funkcja celu dla zagadnienia strojenia numerycznego introw
В	_	funkcja celu dla zagadnienia optymalizacji nitrow biegunowych
ZBT	—	funkcja celu dla zagadnienia optymalizacji filtrow pseudo-eliptycznych oparta na $S_{\rm eff}$
ZBO	_	funkcia colu dla zagadnjonja optymalizacji filtrów psoudo oliptycznych
ZDO		operte ne S
$C\Lambda$		olgonita na \mathcal{S}_{11}
GA	_	algorytin genetyczny (ang. Genetic Algorithm)
SQP	—	sekwencyjne programowanie kwadratowe
		(Sequential Quadratic Programming)

Symbole dotycznące zagadnienia filtracji

F_N	—	funkcja filtrująca
C	—	funkcja celu
ε	—	pofalowanie charakterystyki filtru w pasmie przepustowym
Z_i	—	zera transmisyjne idealnej funkcji aproksymującej odpowiedź filtru
Z'_i	—	zera transmisyjne funkcji aproksymującej odpowiedź filtru
P_i	_	bieguny idealnej funkcji aproksymującej odpowiedź filtru
P'_i	—	bieguny funkcji aproksymującej odpowiedź filtru
R_i	—	zera idealnej funkcji aproksymującej charakterystykę odbiciową filtru
R'_i	—	zera funkcji aproksymującej charakterystykę odbiciową filtru

Rozdział 1

Wprowadzenie

Z formalnego punktu widzenia wiele zagadnień elektromagnetyzmu opisywanych jest równaniami różniczkowymi cząstkowymi. W celu pełnego scharakteryzowania zjawisk zachodzących w przyrodzie wspomniane równania należy rozwiązać dla szeregu odmiennych warunków brzegowych.

Jedną z najprostszych metod rozwiązywania równań różniczkowych jest dyskretyzacja przestrzeni obliczeniowej oraz wyznaczenie pochodnych przez aproksymacje ich wartości szeregiem Taylora. Dziedzina obliczeniowa zostaje wówczas przekształcona do postaci regularnej siatki, stąd pochodne obliczane są jako liniowa kombinacja sąsiednich wartości pól. W przypadku zastosowania powyższej koncepcji do rozwiązywania hiperbolicznych równań różniczkowych otrzymuje się różnicowe schematy otwarte, które od wielu lat należa do technik przynoszących bardzo dobre rezultaty w modelowaniu elektromagnetycznym pasywnych układów mikrofalowych o złożonej trójwymiarowej geometrii. W przypadku, gdy analizowany problem sprowadza się do rozwiązania równań Laplace'a lub Hemholtza, dla których pola elektryczne lub magnetyczne mogą być zastąpione potencjałem skalarnym, dyskretyzacja przestrzeni obliczeniowej nie nastręcza kłopotów. Sytuacja jednak znaczne komplikuje się, gdy w celu scharakteryzowania zagadnienia potencjał skalarny jest wielkością niewystarczającą, a specyfika problemu wymaga uwzględnienia składowych obu pól elektrycznego oraz magnetycznego. Rozwiązanie problemu podał Yee [142] wprowadzajac koncepcje odrebnej dyskretyzacji przestrzeni obliczeniowej dla pól E oraz H. Powstaja wówczas dwie regularne siatki przesunięte względem siebie, w trójwymiarowej przestrzeni, w taki sposób, iż każda składowa pola E otoczona jest przez cztery składowe pola Horaz każda składowa pola H otoczona jest przez cztery składowe pola E. Takie ułożenie składowych pól umożliwia w prosty sposób zapisanie dyskretnej postaci równań Ampere'a oraz Faradaya. Oczywiście pozostaje jeszcze kwestia zmian wartości pól w czasie. Skoro rozpatrywane są oba pola, wyznaczenie ich wartości w każdej chwili czasu następuję w drodze obliczania, w jednej iteracji, pola elektrycznego, a w kolejnej magnetycznego (lub na odwrót). W latach osiemdziesiątych opisana technika otrzymała swoją obecną nazwę, mianowicie metody różnic skończonych w dziedzinie czasu [32, 33, 51, 52, 93, 131].

Działanie metod, w których stosuje się schematy otwarte do rozwiązywania równań Maxwella w dziedzinie czasu¹ można przedstawić następująco. Układ pobudza się sygna-

¹Oprócz metody FD-TD innym popularnym schematem otwartym jest tak zwana technika TLM [22, 23, 31, 43, 129], (ang. Transmission Line Matrix).

łem o zadanym widmie, a następnie śledzi się ewolucję pola elektromagnetycznego w całej przestrzeni obliczeniowej rejestrując jego natężenie w wybranych punktach. Z chwilą gdy pole zaniknie wskutek wypromieniowania lub pochłonięcia energii w obciążeniu, charakterystyki częstotliwościowe są wyznaczane przez transformację rozwiązania z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości. Przy takim podejściu jednokrotna symulacja opisuje zachowanie układu w szerokim pasmie a ponadto eliminowana jest konieczności rozwiązywania układów równań liniowych znacznych rozmiarów. Te cechy powodują, że metody stosujące schematy otwarte do rozwiązania hiperbolicznych równań różniczkowych (FD-TD, TLM) należą do technik zaliczanych do najskuteczniejszych w elektrodynamice obliczeniowej i jako takie są przedmiotem intensywnych prac badawczych Dowodem tego są liczne publikacje naukowe, niemal 2000 artykułów w ostatnim dziesięcioleciu oraz co najmniej kilka komercyjnych pakietów oprogramowania stosujących podejście czasowe a służących do projektowania układów wysokiej częstotliwości.

Swoją niekwestionowaną popularność metody wykorzystujące schematy otwarte, a w szczególności metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (FD-TD) zawdzięczają zarówno prostocie implementacji, jak i możliwości zastosowania do rozwiązywania zagadnień o dużym stopniu ogólności, mianowicie do analizy problemów charakteryzujących się nieliniowością, niejednorodnością, anizotropią lub czasową zależnością ośrodków wypełniających. Niestety, oprócz niewątpliwych zalet, metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu posiada również swoje wady, spośród których najistotniejsze to wysoki koszt numeryczny jak i długi czas symulacji obwodów o dużej dobroci. W okresie ostatnich kilkunastu lat zaproponowano szereg rozwiązań redukujących koszty numeryczne przy zachowaniu wysokiej dokładności. Zakładając nieskończona precyzję obliczeń, rozwiązanie problemu przy zastosowaniu schematów otwartych zależy wyłącznie od gęstości siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniowa. Teoretycznie możliwa jest do osiagniecia niemal nieskończona dokładność, ale ze względu na konieczność spełnienia warunku numerycznej stabilności (dodatek A) czas obliczeń również byłby nieskończony. Stąd stosuje się szereg specjalizowanych algorytmów modelujących warunki brzegowe [22, 23, 37, 51, 52, 115] oraz pozwalających rozwikłać problemy osobliwości rozwiązań w sąsiedztwie ostrzy [112] oraz bardzo cienkich przewodów i płaszczyzn metalicznych [38].

Poważną wadą podejścia czasowego jest również spadek efektywności analizy w przypadku obwodów o dużej dobroci takich jak filtry i rezonatory, w których sygnał zanika bardzo powoli. W rezultacie symulacja układu jest czasochłonna. Jedynym sposobem skrócenia czasu analizy jest zastąpienie transformaty Fouriera, która pozwala uzyskać odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości innymi technikami analizy sygnału, lepiej odtwarzającymi wąskopasmowe składowe charakterystyki częstotliwościowej. W literaturze podjęto takie próby w oparciu np. o liniowe i nieliniowe modele AR, ARX [19,42,69,78,102], Prony'ego [42,63,92,102,124,125], pęku funkcyjnego [98,123]. Jednak specyfika schematów otwartych, objawiająca się w bardzo dużym nadpróbkowaniu sygnału, jego narastaniu w początkowym okresie i silnym zdudnianiu dominujących składowych częstotliwościowych powodowała, że uzyskanie dobrego rozwiązania było możliwe przy narzuceniu z góry pewnych istotnych i różnych w każdym przypadku parametrów modeli. Powiązanie metod opartych na schematach otwartych z technikami cyfrowego przetwarzania sygnałów lub identyfikacji systemu pozwala w ogólności uzyskać charakterystykę analizowanego układu w dziedzinie częstotliwości na podstawie krótkiego fragmentu odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu. Z chwilą, gdy kluczowe parametry modelu sygnału, takie jak początek i koniec ciągu, na podstawie którego model jest konstruowany, współczynnik decymacji silnie nadpróbkowanego sygnału uzyskanego z symulacji w dziedzinie czasu oraz stopień złożoności modelu będą mogły być ustalane automatycznie, będzie możliwa znaczna poprawa efektywności technik wykorzystujących schematy otwarte.

Należy podkreślić, że układy o dużej dobroci stanowią ważną klasę pasywnych elementów mikrofalowych. Sama dobroć układu, oznaczana symbolem Q jest, obok częstotliwości rezonansowej, istotną wielkością charakteryzującą układy wysokiej częstotliwości. Wystarczy wspomnieć, iż w przypadku struktur filtrujących, wielkość strat wtrąceniowych, w pasmie przepustowym filtru jest odwrotnie proporcjonalna do dobroci rezonatorów tworzących układ. Od wartości parametru zależą również wymiary fizyczne struktury. Stad, na przykład, w celu skonstruowania falowodowego małostratnego filtru pasmowoprzepustowego niewielkich rozmiarów konieczne jest zastosowanie rezonatorów o bardzo dużej dobroci. Współczynnik dobroci jest ponadto podstawowym parametrem wykorzystywanym przy pomiarach własności materiałów używanych w zakresie mikrofal. W ostatnich latach, w technice satelitarnej szeroko stosuje się nadprzewodniki wysokotemperaturowe. Zastosowanie wspomnianych materiałów w strukturach filtrujących lub oscylatorach wymaga precyzyjnego określenia ich parametrów, a w szczególności wartości rezystancji powierzchniowej. Ostatnio ważnym problemem technologicznym jest również integracja nadprzewodników z materiałami półprzewodnikowymi. Szczególnie atrakcyjne w tym zakresie wydaje się opracowanie technik pozwalających na wzrost warstw nadprzewodnika na półprzewodniku lub na warstwie buforującej oba materiały, o ile bezpośrednia integracja jest niemożliwa do osiągnięcia. Podobnie jak poprzednio wymaga to określenia własności samych nadprzewodników lub wspomnianych warstw buforujących.

Do szeroko stosowanych techniki pomiarowych służących zdefiniowaniu parametrów materiałów w pasmie wysokich częstotliwości oraz w zakresie niskich temperatur należą metody rezonansowe. Wykorzystuje się w nich zazwyczaj rezonatory dielektryczne z warstwami nadprzewodników wysokotemperaturowych [67, 68] oraz struktury otwarte [28, 40, 128]

Rezonator pomiarowy z elementami nadprzewodzącymi zazwyczaj skonstruowany jest z badanego materiału dielektrycznego umieszczonego w osiowo-symetrycznej obudowie wykonanej z małostratnego materiału. Górna i dolna część struktury otaczającej element dielektryczny pokryte są warstwą nadprzewodnika wysokotemperaturowego. Umieszczając materiał dielektryczny o odpowiedniej wielkości, mianowicie takiej aby pole wzbudzone w rezonatorze zanikało w obszarze miedzy elementem dielektrycznym a strukturą go otaczającą, dokonuje się pomiaru parametrów materiału. Bezpośrednie wielkości jakie są określane przy pomiarze, to dobroć układu oraz częstotliwość własna struktury rezonansowej [68]. Precyzja takich pomiarów jest bardzo wysoka, bowiem przy bardzo małej wartości rezystancji powierzchniowej nadprzewodników starty wynikające ze skończonej przewodności materiału, z którego wykonana jest obudowa układu są do pominięcia.

Analogicznie dokonuje się pomiaru rezystancji powierzchniowej warstwy nadprzewodnika wysokotemperaturowego [67]. W tym przypadku wewnątrz struktury o identycznej konstrukcji, jak poprzednio, umieszcza się niskostratny rezonator dielektryczny, zazwyczaj monokryształ szafiru, i wykonuje pomiar częstotliwości własnej układu oraz wartości współczynnika dobroć. Ponieważ tangens kąta stratności materiału dielektrycznego jest bardzo mały, źródłem start w układzie jest niezerowa rezystancja powierzchniowa nad-przewodnika.

Kolejną techniką pomiarową stosowaną w celu scharakteryzowania materiałów w przedziale niskich temperatur jest metoda rezonansowa wykorzystująca rezonatory konfokalne [28, 40, 128]. Struktura rezonatora składa się zazwyczaj z dwóch luster płaskiego oraz sferycznego (istnieją również konfiguracje, w której oba lustra mają kształt sferyczny [28, 128]). Badany materiał umieszcza się w pobliżu lustra płaskiego, a sam rezonator pobudza przez apreturę kołową wykonana w lustrze sferycznym. Podobnie jak w poprzednich przypadkach dokonuje się pomiaru częstotliwości rezonansowej układu oraz wartości współczynnika dobroci. Na podstawie pomiaru wspomnianych wielkości, w obecności badanej próbki oraz po jej usunięciu z układu, wyznacza się parametry materiału.

Z uwagi na znaczenie parametru Q istotnym zagadnieniem jest możliwości precyzyjnego wyznaczenia jego wartości. Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu wydaje się nie być najlepszym narzędziem numerycznym do tego celu ze względu na czasochłonność analizy układów o dużej wartości dobroci. Odpowiednie modelowanie sygnałów czasowych oraz możliwość wyznaczenia wartości współczynników dobroci na podstawie parametrów modeli może znaczenie przyspieszyć proces.

Inną dziedziną, dla której istotne wydaje się opracowanie bardziej efektywnych technik modelowania w dziedzinie czasu jest analiza i projektowanie filtrów mikrofalowych. W ostatnich latach znaczący postęp w zakresie projektowania układów wysokiej częstotliwości osiągnięto stosując symulatory pełnofalowe pozwalające na analizę obwodów zarówno w dziedzinie częstotliwości, jak i czasu. Jednak zastosowanie analizy pełnofalowej w celu weryfikacji układu zaprojektowanego z wykorzystaniem technik uproszczonych, na przykład obwodowych, powoduje iż nie jest w pełni wykorzystany potencjał symulatorów elektrodynamicznych. Dopiero połączenie analizy elektromagnetycznej z technikami optymalizacji prowadzi do osiągnięcia nowej jakości w dziedzinie projektowania układów mikrofalowych.

Analiza pełnofalowa znalazła zastosowanie w projektowaniu różnych typów układów mikrofalowych. W szczególności szeroko wykorzystuje się ją przy konstrukcji filtrów. Optymalizacja elektromagnetyczna struktur filtrujących prowadzona jest przy użyciu szerokiej gamy technik numerycznych, w tym metodą dopasowania pól [12, 79, 83, 116], elementów skończonych [20] oraz różnic skończonych w dziedzinie częstotliwości [97]. Schematy otwarte w dziedzinie czasu (FD-TD, TLM) znalazły dotychczas znacznie bardziej ograniczony zakres zastosowań. Wykorzystano je głównie w elektromagnetycznym projektowaniu układów szerokopasmowych [76, 77, 103, 104], dla których czas symulacji jest relatywnie krótki. Wydaje się jednak, że uniwersalność metody jest na tyle duża, iż celowym jest podjęcie prób zastosowania schematów otwartych w pełnofalowym projektowaniu szerszej klasy układów, w tym filtrów mikrofalowych, i to pomimo omawianej wcześniej niskiej efektywności tego podejścia w przypadku analizy obwodów o dużej dobroci.

Należy podkreślić, iż duża dobroć układów nie jest jedynym problemem towarzyszącym optymalizacji filtrów w oparciu o metody FD-TD czy TLM. Większości technik optymalizacji wymaga ciągłości funkcji, której minimalna lub maksymalna wartość jest poszuki-

wania przez sukcesywną modyfikację wymiarów geometrycznych struktur mikrofalowych. Założenie to oczywiście nie jest spełnione w przypadku metody różnic skończonych, jako że cechą charakterystyczną techniki jest dyskretyzacja przestrzeni obliczeniowej. Dyskretny charakter metody powoduje, że trudne jest zastosowanie gradientowych technik optymalizacji. Znacznie lepsze rezultaty można osiągnąć posługując się metodami stochastycznymi, które gwarantują globalną zbieżności, ale dopiero w połączeniu z odpowiednio skonstruowanymi funkcji celu. Wydaje się, iż w odniesieniu do filtrów mikrofalowych nie zaproponowano dotychczas satysfakcjonującego rozwiązania zagadnienia. Oczywiście problem dyskretyzacji przestrzeni obliczeniowej można zredukować zwiększając rozdzielczość siatki i w ten sposób poprawić dokładności wyznaczania gradientów, jednak przy takim podejściu czas analizy mógłby wydłużyć się do granic nie akceptowanych przy optymalizacji struktur mikrofalowych. W pewnym zakresie rozwiązaniem problemu jest zastosowanie siatki nierównomiernie dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową, wówczas jednak zmiana wymiarów optymalizowanej struktury może prowadzić do znaczenie zwiększenia gęstości siatki w obszarach osobliwości geometrycznych struktury, a to prowadzi do skrócenia kroku czasowego, którego odpowiednia wartość gwarantuje stabilność metody. Dodatkowo przy stosunkowo szerokim zakresie dopuszczalnych zmian optymalizowanych parametrów, tworzone mogą być obwody o różnej wartości współczynnika dobroci, wówczas liczba iteracji niezbędna do pełnego scharakteryzowania układu, a więc czas trwania symulacji w dziedzinie czasu będzie różny dla zmieniającej się wartości parametru Q. Ostatecznie pojawia się problem uzależnienia czasu symulacji od wartości współczynnika dobroci układu oraz kroku czasowego lub inaczej wymiaru siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniową. Bez rozwiązania powyższego problemu, przedwczesne zakończenie analizy układów będzie prowadzić do utraty informacji dotyczących wąskopasmowych składowych charakterystyki układu i tym samym optymalizowana funkcja, stanowiąca podstawę ocena kolejnych rozwiązań, zawierać będzie błędy.

Problem automatycznego dostosowania czasu symulacji do współczynnika dobroci, pasma oraz kroku czasowego, przy jednoczesnym zapewnieniu większej efektywności analizy czasowej, można rozwiązać stosując modelowanie ciągów czasowych technikami cyfrowego przetwarzania sygnałów w połączeniu z właściwie dobranym zestawem kryteriów gwarantujących uzyskanie modeli wysokiej jakości. Sukces polegający na elektromagnetycznej optymalizacji filtrów mikrofalowych będzie możliwy jeśli oprócz tego opracowane zostaną nowe definicje funkcji celu, które zapewnią globalną zbieżności procedury optymalizacyjnej.

1.1 Cel pracy

W kontekście uwag przedstawionych we wstępie rozprawy, przed pracą stawiane są cztery cele

• Zaproponowanie szeregu kryteriów pozwalających na automatyczne tworzenie dużej wiarygodności modeli sygnałów, uzyskiwanych za pośrednictwem metod analizy układów w dziedzinie czasu.

- Wykazanie przydatności modeli do określania częstotliwości rezonansowej i wartości współczynnika dobroci układów.
- Opracowania definicji funkcji celu umożliwiających projektowanie filtrów pasmowoprzepustowych w oparciu o analizę układów metodą FD-TD.
- Wykazanie skuteczności techniki automatycznej kreacji modeli oraz nowych funkcji celu w procesie projektowania mikrofalowych filtrów pasmowo-przepustowych.

1.2 Tezy pracy

Tezy pracy można ująć w sposób następujący

- Ruchoma wartość średnia energii sygnału przechodzącego przez poszczególne wrota obwodu może zostać wykorzystana do automatycznego wyboru ciągu próbek gwarantujących konstrukcję modeli wysokiej jakości oraz automatycznego zakończenia symulacji obwodu.
- Wybór stopnia złożoności modelu i współczynnika decymacji silnie nadpróbkowanego sygnału uzyskanego w drodze symulacji obwodu w dziedzinie czasu może być uzależniony od pasma układu oraz warunku stabilności schematu różnicowego.
- Możliwe jest automatyczne projektowanie filtrów pasmowo-przepustowych w oparciu o pełnofalową analizę FD-TD.

1.3 Zakres pracy

Na wstępie, w rozdziale 1 niniejszej rozprawy zostanie omówiona metoda uogólnionego pęku funkcyjnego. Jest to technika, która w dalszej części pracy wykorzystywana jest do wyznaczania współczynników modeli sygnałów czasowych w postaci sum wykładniczo tłumionych funkcji harmonicznych. Modelowanie sygnałów czasowych, stanowiących odpowiedź analizowanych pasywnych układów mikrofalowych służy zwiększeniu efektywności metody różnic skończonych w dziedzinie czasu. Rozdział 2 zawiera opis opracowanych kryteriów doboru szeregu kluczowych parametrów modeli sygnałów czasowych w tym: kryterium wyboru fragmentu przebiegu czasowego, na podstawie którego dokonuje się ekstrakcji współczynników modelu, wyboru współczynnika decymacji silnie nadpróbkowanego przebiegu czasowego oraz selekcji stopnia złożoności modelu, lub inaczej, jego rzędu. Rozdział 3 poświęcony jest różnym technikom wyznaczania wartości współczynnika dobroci układów wysokiej częstotliwości przy założeniu analizy struktur metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu. Do omówionych metod należa: metoda oparta na bezpośrednim całkowaniu, w dziedzinie czasu oraz częstotliwości, rozkładu przestrzennego pól, zmodyfikowana w ramach niniejszej rozprawy metoda splotu sygnału czasowego z zespoloną funkcją wykładniczą oraz technika bazująca na modelach sygnałów zarejestrowanych w portach analizowanych układów. Ostatni, 4 rozdział pracy, obejmuje opracowaną technikę pełnofalowej syntezy filtrów pasmowo-przepustowych przez optymalizację.

Wprowadzone są metody projektowania zarówno biegunowych jak i pseudo-eliptycznych struktur filtrujących w oparciu o pełnofalową symulację struktur. Uzupełnieniem pracy są 4 dodatki. Dodatek A zawiera podstawowe zależności dotyczące metody FD-TD. Metoda jest szeroko opisana w literaturze, zatem wspomniana część pracy obejmuje jedynie fakty najistotniejsze z punktu widzenia rozprawy. Kolejny dodatek poświęcony jest dobroci układów mikrofalowych. Dodatki C i D wiążą się z zagadnieniem automatycznego projektowania filtrów mikrofalowych.

Na zakończenie należy dodać, iż przykłady numeryczne prezentowanie w rozprawie wykonano z wykorzystaniem programów własnych (proste struktury), lub też pełnofalowego, komercyjnego symulatora QuickWave-3D [113]. Korzystając z uprzejmości twórców symulatora, program wzbogacono o zewnętrzne moduły stanowiące implementację opisanych w rozprawie algorytmów.

Należy także podkreślić, iż nie wykonano weryfikacji eksperymentalnej projektowanych struktur. Dokładności metody FD-TD, a w szczególności symulatora QuickWave 3D była przedmiotem wielu testów, w których wyniki eksperymentalne pokrywały się z rezultatami analizy. W tej sytuacji prace eksperymentalne uznano za zbędne.

Rozdział 2 Modelowanie sygnałów czasowych

Uzyskanie poprawnej charakterystyki częstotliwościowej układu dużej dobroci na postawie jego odpowiedzi w dziedzinie czasu wymaga zazwyczaj bardzo długiego okresu analizy. Przedwczesne zakończenie symulacji obwodu jest źródłem błędów w odtworzeniu wąsko-pasmowych składowych charakterystyki w dziedzinie częstotliwości. Przerwanie analizy zanim sygnał zostanie wypromieniowany, lub pochłonięty w obciążeniu, jest równoznaczne z przetwarzaniem rzeczywistej odpowiedzi układu w dziedzinie czasu, dodatkowo wymnożonej przez okno prostokątne o długości $N_{max}\Delta t$, gdzie N_{max} jest liczbą iteracji, po której została przerwana symulacja obwodu. W dziedzinie częstotliwości odpowiada to splotowi charakterystyki częstotliwościowej struktury z funkcją postaci $\sin(\omega\Delta t)/(\omega\Delta t)$, co maskuje osobliwości widma sygnału.

Możliwość utworzenia modelu sygnału w oparciu o krótki fragment przebiegu w dziedzinie czasu i uzyskanie na jego podstawie odpowiedzi układu w dziedzinie częstotliwości rozwiązuje problem przedwczesnego zakończenia analizy układu. W ostatniej dekadzie w celu rozwiązania wspomnianego zagadnienia zastosowano wiele metod cyfrowego przetwarzania sygnałów oraz identyfikacji systemów.

Najprostszy model sygnału czasowego, stanowiącego rezultat symulacji układu metodą FD-TD, pozwala określić wartości bieżącej (n) próbki ciągu na podstawie wcześniejszych wartości sygnału. Można to zapisać jako

$$y(n\Delta t) = x(n\Delta t) = \sum_{i=1}^{K} b_i x((n-i)\Delta t)$$

gdzie K jest rzędem modelu. Innymi słowy, bieżąca wartość przebiegu czasowego jest wyrażona przez liniową kombinację K poprzednich jego wartości. Modelowanie sygnału czasowego w powyższej postaci określane jest mianem metody autoregresji (AR) [19,42, 69,78,102]. Zbudowanie modelu polega na znalezieniu współczynników b_i , dla których powyższe równanie jest najlepiej spełnione, lub inaczej, kwadrat normy błędu aproksymacji oryginalnego przebiegu czasowego modelem AR jest najmniejszy.

W metodzie autoregresji-ruchomej-średniej (ARMA) [42, 63, 92, 102, 124, 125] sygnał cza-

sowy opisywany jest równaniem

$$y(n\Delta t) = \sum_{i=0}^{K} b_i x((n-i)\Delta t) + \sum_{i=1}^{K} a_i y((n-i)\Delta t)$$

stąd bieżący wynik modelowania uzależnia się nie tylko od wcześniejszych wartości przebiegu czasowego, ale także od rezultatów predykcji. Współczynniki modelu wyznacza się rozwiązując nadokreślony układ równań skonstruowany w oparciu o wynik symulacji FD-TD.

Oprócz algorytmów AR i ARMA, w zagadnieniu modelowania sygnałów czasowych, stanowiących odpowiedź układów wysokiej częstotliwości otrzymaną w oparciu o symulację obwodów metodą FD-TD w ostatnich latach zastosowano również bardziej złożone metody, mianowicie nieliniowy model ARMA [29], model Prony'ego [14,73,102,110], metodę pęku funkcyjnego [98,123], oraz uogólnionego pęku funkcyjnego [61,62], zwaną także metodą pęku macierzowego i w końcu tak zwane statystyki wyższego rzędu [34,35].

Przy standardowym podejściu model sygnału czasowego konstruowany jest po przerwaniu symulacji obwodu, w chwili gdy nie są jeszcze dostatecznie rozdzielone składowe wąskopasmowe charakterystyki układu. Model służy do odtworzenia brakującej części odpowiedzi obwodu, która w skutek przedwczesnego przerwania analizy w dziedzinie czasu nie została odpowiednio scharakteryzowana. Oryginalny przebieg FD-TD uzupełniony o próbki otrzymane w oparciu o model matematyczny są następnie transformowane z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości (większość autorów korzysta w tym celu z FFT). Przy dostatecznie długim przebiegu czasowym postępowanie takie pozwala uzyskać dostatecznie dobrą rozdzielczości charakterystyki częstotliwościowej obwodu. Należy jednak podkreślić, że opisane podejście wydaje się być niesatysfakcynujące, z co najmniej trzech powodów.

- 1. Nie istnieje gwarancja, iż utworzone modele będą stabilne, a co za tym idzie odtworzony, w oparciu o model, przebieg czasowy będzie zanikać w czasie. Wspomniana niestabilności była niejednokrotnie obserwowana [29,42]
- 2. Bezpośrednie zastosowanie większości ze wspomnianym metod prowadzi do konieczności utworzenia modeli wysokich rzędów celem osiągnięcia dostatecznie niskiego błędu aproksymacji sygnału czasowego, nawet w przypadku modelowana odpowiedzi relatywnie prostych układów. W literaturze spotkać można przykłady modeli rzędu 70-150 dla nieskomplikowanych filtrów pasmowo-przepustowych [29, 42, 73].
- Wydłużenie odpowiedzi czasowej układu, a posteriori, a następnie obliczenie transformaty Fouriera, celem uzyskania charakterystyk częstotliwościowych obwodu, zwiększa koszt numeryczny.

Ostatecznie celowe wydaje się opracowanie takiego podejścia do zagadnienia modelowania sygnałów czasowych, które pozwoliłoby na wyeliminowanie, lub znaczną redukcję, powyższych wad. Z uwagi na stopień złożoności problemu w niniejszym rozdziale zostanie bardziej szczegółowo przestawiony wybrany algorytm modelowania oraz sposób jego wykorzystania, umożliwiający pominięcie etapu generowania dodatkowych próbek i obliczania transformaty Fouriera odtworzonego, a posteriori, ciągu. Techniki gwarantujące konstruowanie stabilnych modeli niskiego rzędu omówione zostaną w rozdziale 3. Tam również wykazana zostanie skuteczności proponowanego podejścia.

Odnośnie algorytmów modelowania, to na podstawie własnych testów numerycznych [78] oraz badań innych autorów [34,35] stwierdzono, że modele AR i ARMA są mało efektywnie dla zastosowań w aproksymacji sygnałów czasowych stanowiących odpowiedź układów mikrofalowych dużej dobroci. Najlepsze wyniki, to znaczy największą wierności odtworzenia sygnałów, przy najniższym rzędzie modelu uzyskuje się stosując metodę uogólnionego pęku funkcyjnego.

2.1 Metoda uogólnionego pęku funkcyjnego

Metoda uogólnionego pęku funkcyjnego, zaproponowana przez Hue i Sarkara [61], zakłada budowę modelu sygnału czasowego w postaci skończonej sumy K wykładniczo tłumionych funkcji harmonicznych, co można zapisać jako¹

$$x(n\Delta t) = \sum_{i=1}^{K} A_i z_i^n \tag{2.1.1}$$

gdzie

$$A_i = |A_i| \exp\left(j\phi_i\right) \tag{2.1.2}$$

$$z_i = \exp\left(P_i \Delta t\right) \tag{2.1.3}$$

$$P_i = \sigma_i + j\omega_i \tag{2.1.4}$$

przy czym A_i , ϕ_i , σ_i oraz ω_i oznaczają odpowiednio amplitudę, fazę, współczynnik tłumienia oraz częstotliwość kołową modelu.

W przypadku metody uogólnionego pęku funkcyjnego bieguny (z_i) modelu są wyznaczone przez rozwiązanie problemu pęku macierzowego, natomiast zespolone amplitudy przez rozwiązanie odpowiednio zdefiniowanego nadokreślonego układu równań.

W celu przybliżenia podstaw matematycznych metody uogólnionego pęku funkcyjnego wygodnie jest, w pierwszej kolejności, rozważyć dwa sygnały dyskretne $y_1(n\Delta t)$ i $y_2(n\Delta t)$, oba postaci (2.1.1), przy czym ciąg $y_2(n\Delta t)$ jest przesunięty w czasie o Δt w stosunku do ciągu $y_1(n\Delta t)$ wówczas wyrażenie

$$y_1(n\Delta t) - \lambda y_2(n\Delta t) \tag{2.1.5}$$

gdzie λ jest wielkością skalarną, można zapisać jako

$$\sum_{i=1}^{K} A_i z_i^n - \lambda \sum_{i=1}^{K} A_i z_i^{n-1}$$
(2.1.6)

¹Zarówno zagadnienie wyboru fragmentu ciągu stanowiącego odpowiedź układu wysokiej częstotliwości a wykorzystanego do ekstrakcji współczynników modelu, oraz wybór rzędu modelu K zostaną omówione w następnym rozdziale.

rozwijąjąc częściowo powyższą sumę

$$\sum_{i=1}^{K} A_i z_i^n - \lambda \sum_{i=1}^{K} A_i z_i^{n-1} = A_K z_K^n + \sum_{i=1}^{K-1} A_i z_i^n - \lambda A_K z_K^{n-1} - \lambda \sum_{i=1}^{K-1} A_i z_i^{n-1}$$
(2.1.7)

dla $\lambda = z_k$ otrzymuje się

$$\sum_{i=1}^{K-1} A_i z_i^n - z_K \sum_{i=1}^{K-1} A_i z_i^{n-1}$$
(2.1.8)

Stąd, dla odpowiednio dobranej zmiennej λ , redukuje się liczba wyrazów sumy (2.1.5). Okazuje się, że powyższy problem można uogólnić wprowadzając zagadnienie pęku macierzowego

2.1.1 Zagadnienie pęku macierzowego

Niech $\mathbf{Y_1}$ oraz $\mathbf{Y_2}$ będą macierzami o wymiarach $L \times N$, $(L \leq N)$ rzędu L oraz niech λ będzie wartością skalarną, w ogólności, zespoloną. Rozwiązanie problemu pęku macierzowego (wyznaczenie biegunów modelu sygnału postaci (2.1.1)) sprowadza się do znalezienia takiej wartości λ , dla której rząd macierzy

$$\mathbf{Y_1} - \lambda \mathbf{Y_2} \tag{2.1.9}$$

wynosi L-1. Macierz (2.1.9) określana jest mianem pęku macierzowego, natomiast wartość λ , liczbą redukującą rząd pęku macierzowego. W sytuacji, gdy macierze $\mathbf{Y_1}$ oraz $\mathbf{Y_2}$ są mniejszego rzędu niż L, wówczas zagadnienie pęku macierzowego można sformułować jako problem wyznaczenia takiej wartości λ , dla której macierz (2.1.9) jest rzędu mniejszego o jeden. W ogólności istnieje L wartości redukujących rząd pęku macierzowego. Znalezienie liczby λ redukującej rząd macierzy (2.1.9) sprowadza się do rozwiązania uogólnionego problemu własnego postaci

$$\mathbf{Y}_1 \mathbf{p} = \lambda \mathbf{Y}_2 \mathbf{p} \tag{2.1.10}$$

gdzie **p** jest uogólnionym wektorem własnym.

W szczególności, w przypadku gdy macierze \mathbf{Y}_1 i \mathbf{Y}_2 mają wymiar $L \times L$ i są pełnego rzędu, a macierz \mathbf{Y}_2 nie jest macierzą osobliwą, to problem pęku macierzowego redukuje się do problemu własnego postaci

$$\left(\mathbf{Y}_{2}^{-1}\mathbf{Y}_{1}\right)\mathbf{p} = \lambda\mathbf{p} \tag{2.1.11}$$

gdzie \mathbf{Y}_{2}^{-1} oznacza macierz odwrotną

2.1.2 Ekstrakcja biegunów modelu

Niech x(n) będzie ciągiem próbek zarejestrowanych w trakcie symulacji układu. W celu wyznaczenia biegunów modelu sygnału konstruuje się macierze postaci

$$\mathbf{Y_1} = \begin{pmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(L) \\ x(2) & x(3) & \cdots & x(L+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N-L) & x(N-L+1) & \cdots & x(N-1) \end{pmatrix}$$
(2.1.12)
$$\mathbf{Y_2} = \begin{pmatrix} x(0) & x(1) & \cdots & x(L-1) \\ x(1) & x(2) & \cdots & x(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N-L-1) & x(N-L) & \cdots & x(N-2) \end{pmatrix}$$
(2.1.13)

gdzie N jest liczbą próbek ciągu wykorzystanego do budowy modelu, a L jest tzw. parametrem pęku macierzowego.

Można wykazać [61,62], że jeżeli ciąg próbek x(n) jest odtworzony zgodnie z zależnością (2.1.1), to rząd macierzy (2.1.9), utworzonej w oparciu o (2.1.12) oraz (2.1.13) wynosi K za wyjątkiem gdy $\lambda = z_i = \exp(P_i \Delta t)$. Stąd z_i , a wiec pośrednio i P_i , są wyznaczane jako liczby redukujące pęk macierzowy. Wartości z_i (P_i) znajduje się rozwiązując problem własny postaci

$$\left(\mathbf{Y}_{1}^{\dagger}\mathbf{Y}_{2}-\lambda\mathbf{I}\right)\mathbf{p} = \mathbf{0}$$
(2.1.14)

gdzie **p** jest uogólnionym wektorem własnym, a \mathbf{Y}_1^{\dagger} jest pseudoodwrotnością (Moore-Penrose) macierzy \mathbf{Y}_1 , która może być wyznaczona przez rozkład macierzy na wartości szczególne

$$\mathbf{Y}_{1} = \sum_{i=1}^{K} \sigma_{i} \mathbf{u}_{i} \mathbf{v}_{i}^{H} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^{\mathbf{H}}$$
(2.1.15)

gdzie U oraz V to macierze ortogonalne, natomiast D to macierz diagonalna, której elementy stanowi K wartości szczególnych macierzy Y₁. Korzystając z właściwości macierzy ortogonalnych, pseudoodwrotność macierzy Y₁ można wyznaczyć jako

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{1}}^{\dagger} = \mathbf{V} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^{\mathbf{H}} \tag{2.1.16}$$

Podstawiając (2.1.15) do (2.1.14) tworzy się problem postaci

$$(\mathbf{Z} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{a} = \mathbf{0} \tag{2.1.17}$$

gdzie

$$\mathbf{Z} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^{\mathbf{H}} \mathbf{Y}_{2} \mathbf{V}$$
(2.1.18)

oraz

$$\mathbf{a} = \mathbf{V}^H \mathbf{p} \tag{2.1.19}$$

Macierz **Z** ma wymiar $K \times K$, wielkości λ oraz **a**, to odpowiednio, wartości i wektory własne macierzy **Z**.

2.1.3 Parametr pęku macierzowego

Ważną kwestią jest ustalenie optymalnej liczby kolumn macierzy \mathbf{Y}_1 i \mathbf{Y}_2 , czyli wartości tak zwanego parametru pęku macierzowego. Mając w pamięci postać modelu sygnału czasowego macierze \mathbf{Y}_1 oraz \mathbf{Y}_2 można przedstawić jako

$$\mathbf{Y}_{1} = \mathbf{Z}_{L} \mathbf{A} \mathbf{Z}_{R} \tag{2.1.20}$$

$$\mathbf{Y}_{2} = \mathbf{Z}_{L} \mathbf{A} \mathbf{Z}_{0} \mathbf{Z}_{R} \tag{2.1.21}$$

przy czym kolejne czynniki równań (2.1.20) i (2.1.21) mają postać

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{L}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-L-1} & z_2^{N-L-1} & \cdots & z_K^{N-L-1} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Z}_{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} 1 & z_1 & \cdots & z_1^{L-1} \\ 1 & z_2 & \cdots & z_2^{L-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z_K & \cdots & z_K^{L-1} \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{Z}_{\mathbf{0}} = \begin{pmatrix} z_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & z_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & z_K \end{pmatrix} \qquad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_K \end{pmatrix}$$

Jeżeli L spełnia warunek $K \leq L \leq N - K$, to każda wartość $\lambda = z_i$ dla $i = 1 \dots K$ jest liczbą redukującą macierz $\mathbf{Y}_2 - \lambda \mathbf{Y}_1$. Jeżeli natomiast L < K, lub L > N - K, wówczas żadna z wartości $\lambda = z_i$ nie jest liczbą redukującą rząd pęku macierzowego (2.1.9).

Można to wykazać korzystając z zależności (2.1.20) oraz (2.1.21) wówczas

$$\mathbf{Y}_{2} - \lambda \mathbf{Y}_{1} = \mathbf{Z}_{L} \mathbf{A} \mathbf{Z}_{0} \mathbf{Z}_{R} - \lambda \mathbf{Z}_{L} \mathbf{A} \mathbf{Z}_{R} = \mathbf{Z}_{L} \mathbf{A} \left(\mathbf{Z}_{0} - \lambda \mathbf{I} \right) \mathbf{Z}_{R}$$
(2.1.24)

gdzie **I** jest macierzą jednostkową o wymiarach $K \times K$, **A** oraz **Z**₀ są macierzami pełnego rzędu o liczbie kolumn i wierszy $K \times K$. Jeżeli $\lambda = z_i$, wówczas (**Z**₀ - λ **I**) = 0, stąd *i*ta kolumna macierzy Z_L oraz *i*-ty wiersz Z_R są eliminowane z wyrażenia (2.1.24). Jeżeli L < M, wówczas rząd macierzy **Z**_R wynosi L i żadna wartość $\lambda = z_i$, gdzie i = 1...K nie redukuje rzędu macierzy (2.1.24). Analogiczny przypadek ma miejsce, gdy L > N - K, wówczas rząd macierzy **Z**_L wynosi N - L i z_i nie są liczbami redukującymi rząd pęku macierzowego (2.1.24). Można wykazać [61], że optymalna wartość parametru L wynosi L = N/2.

2.1.4 Wyznaczanie współczynników amplitudowych modelu

Z chwilą, gdy znane są wartości z_i , gdzie $i = 1 \dots K$, wartości współczynników amplitudowych modelu wyznacza się rozwiązując nadokreślony układ równań postaci

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_K \\ z_1^2 & z_2^2 & \dots & z_K^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_K^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_K \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(N) \end{pmatrix}$$
(2.1.25)

2.1.5 Algorytm budowy modelu

Zagadnienie konstrukcji modelu sygnału czasowego w postaci sumy wykładniczo tłumionych funkcji harmonicznych, w oparciu o metodę uogólnionego pęku funkcyjnego, można przedstawić w kolejnych krokach

- W oparciu o sygnał czasowy o długości N próbek konstruuje się macierze \mathbf{Y}_1 oraz \mathbf{Y}_2 postaci (2.1.12) oraz (2.1.13), gdzie paramter L = N/2.
- Kolejno znajduje się podprzestrzeń rozpinającą wszystkie istotne składowe modelowanego sygnału. W tym celu dokonuje się rozkładu macierzy \mathbf{Y}_1 na wartości szczególne.
- Biorąc pierwszych K lewych ($\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_K]$) i prawych ($\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_K]$) wektorów szczególnych oraz K wartości szczególnych konstruuje się macierz Z postaci (2.1.18).
- \bullet Wartości własne macierzy ${\bf Z}$ stanowią bieguny modelu.
- Z chwilą, gdy znane są wartości biegunów konstruuje się nadokreślony układ równań postaci (2.1.25). Rozwiązaniem układu są zespolone amplitudy modelu.

2.2 Odpowiedź modelu czasowego w dziedzinie częstotliwości

Po obliczeniu parametrów modelu pozostaje wyznaczyć odpowiedź obwodu w dziedzinie częstotliwości. Dotychczas powszechnie stosowanym rozwiązaniem zagadnienia było odtworzenie odpowiedzi czasowej układu na podstawie modelu [19,29,42,73,96], a następnie obliczenie dyskretnej transformaty Fouriera, lub szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Podejście takie posiada jednak bardzo istotną wadę, mianowicie jest kosztowne numerycznie. Niewątpliwie owy koszt można by zmniejszyć przez obliczenie transformaty Fouriera sygnału odtworzonego z wielokrotnie zwiększonym krokiem czasowym, jednak wówczas charakterystyka widmowa sygnału miałaby mniejszą dokładności, w większości przypadków niewystarczającą. Jeżeli nawet pominąć problem kosztu numerycznego, pozostaje kwestia oceny jak długi powinien być ciąg czasowy utworzony w oparciu o model, aby charakterystyka częstotliwościowa była dostatecznie dokładna. Jakkolwiek zagadnienie to nie zostało dotychczas poruszone w literaturze tematu², to i tak wspomniane podejście wymaga dodatkowego kroku w ekstrakcji charakterystyki częstotliwościowej obwodu. W niniejszej pracy proponowana jest inna koncepcja wyznaczenia odpowiedzi częstotliwościowej obwodu bazująca na wykorzystaniu analitycznej postaci transformaty Fouriera, obliczanej na podstawie współczynników modelu. Podejście takie nie wymaga nadmiarowych kroków, przez co jest znacznie mniej kosztowne obliczeniowo i dokładniejsze, niż to ma miejsce w propozycjach wysuwanych dotychczas.

Punktem wyjścia jest obserwacja, że w przypadku, gdy sygnał w dziedzinie czasu modelowany jest w za pomocą tłumionych funkcji wykładniczych w postaci sumy

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=1}^{K/2} A_i e^{(-\sigma_i t)} \cos(\omega_i t + \phi_i)$$
(2.2.1)

jego widmo można wyliczyć analityczne otrzymując

$$\hat{X}(j\omega) = \sum_{i=1}^{K/2} \left[\frac{1}{2} \frac{A_i e^{-j\phi_i}}{(\sigma_i + j(\omega + \omega_i))} + \frac{1}{2} \frac{A_i e^{j\phi_i}}{(\sigma_i + j(\omega - \omega_i))} \right]$$
(2.2.2)

Możliwe jest również alternatywne przestawienie modelu sygnału czasowego jako

$$\hat{x}(t) = \Re e \left\{ \sum_{i=1}^{K} A_i e^{(\sigma_i + j\omega_i)t + j\phi_i} \right\}$$
(2.2.3)

Wówczas odpowiedź częstotliwościowa modelu wyraża się zależnością

$$\hat{X}(j\omega) = \int_0^\infty \hat{x}(t)e^{-j\omega t}dt = \sum_{i=1}^K \frac{A_i e^{j\phi_i}}{\sigma_i + j(\omega + \omega_i)}$$
(2.2.4)

Wyrażenia (2.2.2) lub (2.2.4) nie wystarczają do wyznaczenia odpowiedzi układu w dziedzinie częstotliwości. Jak zostanie pokazane w rozdziale 3, w praktyce sygnał uzyskany w drodze symulacji metodą FD-TD należy rozłożyć na dwie części, mianowicie wczesnookresową odpowiedź obejmującą stany przejściowe oraz odpowiedź długookresową, zawierającą czynniki wolnozanikające. Model konstruowany jest dla ciągów wybranych z drugiej części sygnału. W celu wyznaczenia pełnej odpowiedzi częstotliwościowej należy zatem złożyć widma obu fragmentów sygnału, przy czym dla odpowiedzi wczesnookresowej należy posłużyć się całkowaniem numerycznym. Pełna charakterystyka częstotliwościowa modelowanego układu dana jest wyrażeniem

$$X(j\omega) = X_1(j\omega) + X_2(j\omega)$$
(2.2.5)

gdzie

$$X(j\omega) = \int_{0}^{t_2} x(t)e^{-j\omega t}dt + \int_{t_2}^{\infty} \hat{x}(t)e^{-j\omega t}dt$$
(2.2.6)

²Wydaje się, iż możliwość takiego oszacowania pojawia się przez wyznaczenie przybliżonej wartości dobroci układu na podstawie parametrów modelu.

przy czym

$$X_2(j\omega) = \int_{t_2}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt = e^{-j\omega t_2} \left[\sum_{i=1}^{K} \frac{e^{(\sigma_i + j\omega_i)(t_2)}A_i e^{j\phi_i}}{\sigma_i + j(\omega_i + \omega)}\right]$$
(2.2.7)

Dodatkowo model jest tworzony w oparciu o przebieg czasowy z zakresu $t = t_1$ do $t = t_2$, a nie z zakresu t = 0 do $t = t_2$. Analityczna postać odpowiedzi częstotliwościowej modelu musi zostać zmodyfikowana w następujący sposób

$$X_2(j\omega) = e^{-j\omega t_2} \left[\sum_{i=1}^K \frac{e^{(\sigma_i + j\omega_i)(t_2 - t_1)} A_i e^{j\phi_i}}{\sigma_i + j(\omega_i + \omega)} \right]$$
(2.2.8)

Ostatecznie, w ujęciu cyfrowym części odpowiedzi częstotliwościowej wyznaczone numerycznie i analitycznie maja postać:

$$X_1(j\omega) = \Delta t \sum_{n=0}^{n_2} x(n\Delta t) e^{-j\omega ndt}$$
(2.2.9)

oraz

$$X_2(j\omega) = e^{-j\omega n_2 \Delta t} \left[\sum_{i=1}^K \frac{e^{(\sigma_i - j\omega_i)(n_2 - n_1)\Delta t} A_i e^{-j\phi_i}}{-\sigma_i + j(\omega_i + \omega)} \right]$$
(2.2.10)

Rozdział 3

Automatyczna kreacja modeli

Opisana w rozdziale 2 metoda uogólnionego pęku funkcyjnego, w oparciu o którą wyznaczane są wartości współczynników modelu sygnału czasowego, gwarantuje dużą dokładności aproksymacji odpowiedzi układu pod warunkiem ustalenia prawidłowego rzędu modelu i właściwego doboru fragmentu modelowanego przebiegu. Przede wszystkim ciąg stanowiący podstawę ekstrakcji współczynników modelu powinien mieć charakter odpowiedni do poczynionego założenia, a mianowicie, że modelowany sygnał można rozwinąć w szereg funkcji harmonicznych tłumionych wykładniczo. Powyższy warunek z oczywistych względów nie jest spełniony w czasie pobudzania obwodu. W prostym układzie RC pobudzanym impulsem prostokątnym odpowiedź czasowa obwodu początkowo narasta (kondensator magazynuje energię) i zaczyna zanikać dopiero gdy pobudzenie ustanie. Analogiczna sytuacja zachodzi w przypadku obwodów bardziej złożonych. Na rysunkach 3.0.1 oraz 3.0.2 zilustrowano sygnały czasowe na wyjściu układów pobudzanych impulsem gaussowskim. Wyraźnie można zaobserwować narastanie sygnału we wstępnej fazie oraz jego zanikanie po zakończeniu trwania impulsu pobudzającego. Przystępując do konstrukcji modelu należy początkowy fragment odpowiedzi układu pominąć. Jeżeli ma być to wykonane w sposób automatyczny, tzn. tak aby długość pominiętego fragmentu dostosowana była do charakteru sygnału pobudzającego oraz parametrów analizowanego obwodu, konieczne staje się opracowanie kryteriów, na podstawie których możliwe będzie rozdzielenie części wczesnookresowej od długookresowej.

Kolejnym problemem, obok zagadnienia selekcji fragmentu przebiegu czasowego dla celów wyznaczenia współczynników modelu, wymagającym równoczesnego rozstrzygnięcia, jest wybór momentu zakończenia symulacji obwodu metodą FD-TD i przejścia do etapu konstrukcji modelu. Mając na uwadze fakt, że symulowanie struktury charakteryzować się mogą bardzo różnymi wartościami współczynnika dobroci, należy się spodziewać, że okres symulacji będzie musiał być odpowiednio dostosowany do dynamiki sygnału stanowiącego odpowiedź układu. Jeśli przebieg czasowy zanika powoli, a więc układ stopniowo wytraca energię w obciążeniu, to czas symulacji powinien być dłuższy, niż przy szybko zanikającej odpowiedzi układu.

Konieczne jest także opracowanie metody ustalania rzędu modelu. Często można go określić wstępnie na podstawie topologii układu, posługując się dodatkowo wiedzą dotyczącą



Rys. 3.0.1: Sygnał czasowy zarejestrowany w porcie wyjściowym czterownękowego filtru pasmowo-przepustowego

Rys. 3.0.2: Sygnał czasowy zarejestrowany w porcie wyjściowym dwurodzajowego filtru pasmowo-przepustowego

pasma analizy, jednak tego typu informacji nie należy oczekiwać przy automatycznym procesie konstrukcji modelu i integracji techniki z metodą FD-TD.

Na koniec pamiętać należy, że w otwartych schematach rozwiązywania hiperbolicznych równań różniczkowych krok czasowy jest ograniczony od góry warunkiem stabilności numerycznej. W połączeniu z wymaganiem dużej rozdzielczości siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową prowadzi to do znacznego nadpróbkowania odpowiedzi analizowanego układu w stosunku do kryterium Nyquista. Zbyt duży stopień nadpróbkowania stanowi w pierwszej kolejności problem numeryczny, a ponadto utrudnia określenie rzędu modelu. Trudności te można ominąć dokonując odpowiedniej decymacji oryginalnego ciągu FD-TD.

Z przestawionych powyżej uwag jasno wynika, że budowa modeli metodą uogólnionego pęku funkcyjnego (GPOF) nie jest zagadnieniem trywialnym i wymaga opracowania kryteriów, które zagwarantują zautomatyzowanie procesu doboru kluczowych parametrów modeli. Ostatecznie, w celu uzyskania struktur modelujących dużej wiarygodności, przed wyznaczeniem współczynników rozwinięcia sygnału czasowego w ciąg tłumionych funkcji wykładniczych, należy zdefiniować kryteria wyboru początku i końca fragmentu sygnału, który stanowić będzie podstawę budowy modelu, współczynnika decymacji silnie nad-próbkowanego sygnału uzyskanego przez symulacje układu mikrofalowego metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu oraz rzędu modelu.

Należy podkreślić, że z wyjątkiem prac [81, 82, 105] zagadnienie automatyzacji procesu doboru parametrów modeli nie było do tej pory dyskutowane w literaturze. W rezultacie publikowane rzędy modeli [19, 29, 42, 60, 73, 91, 92, 96] były niewspółmiernie wysokie w stosunku do rzędów, których należałoby oczekiwać na podstawie topologii analizowanych struktur.

3.1 Wybór fragmentu sygnału czasowego do konstrukcji modelu

Pierwszym etapem w procesie modelowania odpowiedzi czasowej obwodu wysokiej częstotliwości jest wybór fragmentu przebiegu, który stanowi podstawę ekstrakcji współczynników modelu. Wybór wspominanego fragmentu oparty został na zasadzie rozdziału przebiegu uzyskanego w drodze symulacji obwodu metodą FD-TD na dwie części, mianowicie wczesnookresową i długookresową. Modelowanie wczesnych stanów przejściowych obwodu wymaga zazwyczaj konstruowania modeli bardzo wysokich rzędów w celu uzyskania wymaganej dokładności aproksymacji sygnału. Z tego powodu odpowiedź wczesnookresowa układu jest odrzucana, a model budowany jest jedynie w oparciu o fragment ciągu zawierający składowe wolnozanikające. Takie podejście pozwala budować struktury niskiego rzędu gwarantujące przy tym wysoką dokładności aproksymacji odpowiedzi układu.

3.1.1 Technika wyboru ciągu próbek

W celu rozdzielenia obu części odpowiedzi czasowej obwodu oraz ustalenia długości ciągu, na podstawie którego wyznaczane są współczynniki modelu opracowano kryterium określane mianem kryterium energetycznego. Wybór fragmentu odpowiedzi układu opiera się na analizie ruchomej wartości średniej energii transmitowanej do poszczególnych wrót obwodu [81,82,105]. Wspomniana analiza umożliwia nie tylko wyznaczenie chwili czasu, która definiuje początek ciągu użytego do kreacji modelu, ale również określenie właściwej jego długości zależnie od wymiarów analizowanej struktury, współczynnika dobroci, oraz parametrów metody FD-TD, a w szczególności kroku czasowego.

Ruchoma wartość średnia energii przechodzącej przez poszczególne wrota układu wyznaczana jest na postawie zależności:

$$E_l(n\Delta t) = \sum_{i=1}^{M} |x_l((n-i)\Delta t)|^2$$
(3.1.1)

gdzie $x_l(n\Delta t)$ jest odpowiedzią czasową obwodu we wrotach l, M jest długością okna uśredniającego. Wartość parametru M dobierana jest w oparciu o pasmo analizy układu oraz krok czasowy Δt metody FD-TD.

$$M = \frac{A}{[(f_d + f_g)/2]\,\Delta t}$$
(3.1.2)

gdzie f_d , f_g to skrajne częstotliwości z pasma analizy układu, zaś A jest współczynnikiem skalującym, determinującym stopień wygładzenia krzywej $E_l(n\Delta t)$. Zazwyczaj A = 1.

Ruchoma wartość średnia energii obliczana jest dla każdego z *l*-portów niezależnie oraz normalizowana do maksymalnej wartości uzyskanej w danych wrotach do chwili czasu $n\Delta t$. Otrzymany w ten sposób zbiór unormowanych funkcji $E_l(n\Delta t)$ stanowi podstawę wyboru ciągu czasowego użytego do konstrukcji modelu. Z chwilą, gdy ruchoma wartość średnia energii w portach zacznie zanikać, funkcja (3.1.1) będzie maleć. Oznacza to, że obwód przechodzi w stan pracy, w którym dominują składowe długookresowe. Tym samym można ustalić początek przebiegu czasowego, który zostanie wykorzystany do konstrukcji modelu. Odbywa się to automatycznie poprzez zdefiniowanie umownego poziomu ruchomej wartości średniej energii sygnału. Podobnie, dobierając odpowiednio niższy próg wartości energii, można wyznaczyć koniec wspomnianego ciągu.



Rys. 3.1.1: Charakterystyka ruchomej wartości średniej energii dla wieloaperturowego pasmowo-przepustowego filtru falowodowego (linia kropkowana), dwuwnękowego filtru falowodowego z przesłonami w płaszczyźnie E (linia kreskowana), czterosekcyjnego filtru falowodowego z przesłonami w płaszczyźnie H (linia ciągła).

Wybór fragmentu odpowiedzi, stanowiącego podstawę doboru współczynników modelu, jest zilustrowany na wykresie 3.1.1 dla trzech struktur filtrujących, mianowicie: wieloaperturowego, pasmowo-przepustowego filtru falowodowego (rys. 3.1.2 i 3.1.3) [12], dwuwnękowego pasmowo-przepustowego filtru falowodowego z przesłonami w płaszczyźnie E (rys. 3.1.4 i 3.1.5) [36] oraz czterosekcyjnego pasmowo-przepustowego filtru falowodowego z przesłonami indukcyjnymi (rys. 3.1.6 i 3.1.7) [12]. Linie poziome, przecinające charakterystyki ruchomej wartości średniej energii sygnałów we wrotach wyjściowych obwodów, odpowiadają przyjętym kryteriom wyboru początku i końca ciągu wykorzystanego do syntezy modelu. W rozważanym przypadku założono, że z chwilą gdy ruchoma wartość średnia energii sygnału w analizowanym porcie obniży się do poziomu -3 dB, odpowiedź obwodu nie zawiera już stanów przejściowych (składowych szybkozmiennych). Punkt ten stanowi kryterium selekcji początku ciągu wykorzystanego do wyznaczenia parametrów modelu. Długość wspomnianego przebiegu jest określona na podstawie tej samej charakterystyki przez obniżenie progu do wartości -16 dB¹. Ostatecznie fragment odpowiedzi układu w dziedzinie czasu wykorzystany do budowy modelu jest wolny od składowych szybkozmiennych i dostosowany do dynamiki sygnału w porcie.

¹Jest to wartości wyznaczona empirycznie i nie stanowi silnego kryterium, stąd jej zmiana, w pewnym zakresie, jest dopuszczalna.





Rys. 3.1.2: Struktura wieloaperturowego pasmowo-przepustowego filtru falowodowego. (Falowód WR62 (wymiary w mm) a = 15.799, b = 7.899, $a_1 = 5.0, b_1 = 3.0, l = 12.155, d_1 = 2.133, d_2 =$ 2.47, w = 0.5, t = 0.21).

Rys. 3.1.3: Parametry rozproszenia wieloaperturowego filtru falowodowego uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).





Rys. 3.1.4: Struktura dwuwnękowego pasmowoprzepustowego filtru falowodowego o elementach sprzęgających w płaszczyźnie E. (Falowód WR75 (wymiary w mm) $a = 19.05, b = 9.525, w_1 = 2.976, w_2 = 8.554, l_1 = 12.273, t = 0.5$).

Rys. 3.1.5: Parametry rozproszenia dwuwnękowego pasmowo-przepustowego filtru z elementami sprzęgającymi w płaszczyźnie E uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).



Rys. 3.1.6: Struktura czterosekcyjnego pasmowoprzepustowego filtru falowodowego z przesłonami sprzęgającymi w płaszczyźnie H (Falowód WR75 (wymiary w mm) $a = 19.05, b = 9.525, a_1 =$ 11.05, $a_2 = 8.01, a_3 = 8.01, l_1 = 11.18, l_2 =$ 12.784, $t_1 = 2, t_2 = 1.96, t_3 = 2.86, r = 3$).

Rys. 3.1.7: Parametry rozproszenia czterosekcyjnego pasmowo-przepustowego filtru falowodowego z przesłonami sprzęgającymi w płaszczyźnie H uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).

3.1.2 Filtr ruchomej wartości średniej

Wyznaczenie ruchomej wartości średniej energii sygnału w porcie może być również rozpatrywane z punktu widzenia filtracji sygnału:

$$z_l(n\Delta t) = x_l^2(n\Delta t) \tag{3.1.3}$$

filtrem dolnoprzepustowym o odpowiedzi impulsowej wyrażonej zależnością

$$h(n\Delta t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leqslant n\Delta t \leqslant M\Delta t \\ 0 & \text{dla pozostałych } n\Delta t \end{cases}$$
(3.1.4)

Sygnał wyjściowy dla dowolnej chwili $n\Delta t$ jest średnią wartością sygnału w sąsiedztwie punku $n_0\Delta t$. Przy lokalnym uśrednieniu wartości sygnału składowe wysokoczęstotliwościowe zostają wytłumione, natomiast wolnozmienne pozostają niezmienione. Odpowiada to wygładzaniu charakterystyki $E_l(n)$.

Odpowiedź impulsowa filtru ruchomej wartości średniej opisana zależnością (3.1.4) z dokładnością do współczynnika skalującego odpowiada funkcji okna prostokątnego. Jego charakterystyka w dziedzinie częstotliwości wyraża się zależnością

$$H(j\omega) = \exp(j\omega M\Delta t/2) \frac{\sin\left(\omega M\Delta t/2\right)}{\sin(\omega \Delta t/2)}$$
(3.1.5)

Przez zmianę wielkości okna uśredniającego można regulować częstotliwość odcięcia filtru. Im dłuższe okno, tym częstotliwość odcięcia mniejsza, a tym samym własności wygładzające filtru większe. Należy jednak pamiętać, że bardzo długie okno filtru powoduje znaczne wydłużenie jego stałej czasowej. Oznacza to, że sygnał uzyskany w drodze filtracji filtrem ruchomej wartości średniej będzie znacznie opóźniony w stosunku do bieżących próbek sygnału rejestrowanego podczas symulacji układu.

Odpowiedź impulsową filtru ruchomej wartości średniej można zmodyfikować zastępując okno prostokątne jednym z typów okien, przykładowo: Hamminga, Hanninga lub Blackmana [111] [109] postaci

$$W(n\Delta t)_{Hamming} = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\Delta t\right)$$
 (3.1.6)

$$W(n\Delta t)_{Hanning} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\Delta t\right) \right)$$
(3.1.7)

$$W(n\Delta t)_{Blackman} = 0.42 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\Delta t\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi n}{M-1}\Delta t\right)$$
(3.1.8)

Okna (3.1.6), (3.1.7) oraz (3.1.8) mają tę właściwość, że wykazują większe tłumienie w pasmie zaporowym, ale kosztem szerszego pasma przejściowego, co dla rozpatrywanego problemu nie ma znaczenia. Dzięki temu uzyskuje się nieco lepsze właściwości wygładzające filtru przy tej samej wartości częstotliwości odcięcia, czyli długości okna uśredniającego. Zilustrowane jest to na rysunku 3.1.10. Zaletą zastosowania okna prostokątnego jest możliwość wyznaczenia ruchomej wartości średniej energii w porcie układu zgodnie z formułą rekurencyjną

$$E(n+1) = E(n) + x^{2}(n+1) - x^{2}(n-M) \quad \text{dla} \quad n > M$$
(3.1.9)

3.1.3 Zdudnianie sygnału

Jeżeli modelowany sygnał zawiera co najmniej dwie składowe oscylujące na częstotliwościach nieznacznie różniących się od siebie oraz z podobnymi wartościami dobroci, wówczas pojawia się zjawisko zdudniania sygnału. Wspomnianego efektu należy oczekiwać z chwilą, gdy analizowana struktura posiada przynajmniej dwa słabo wzajemnie sprzężone rezonatory, pracujące na bliskich sobie częstotliwościach rezonansowych. Zdudnianie sygnału powoduje oscylacje ruchomej wartości średniej energii sygnału w porcie. W takim przypadku kryterium energetyczne, na podstawie którego dokonuje się wyboru ciągu stanowiącego podstawię konstrukcji modelu może nie gwarantować utworzenia modelu o odpowiedniej jakości, bowiem fragment istotnej informacji o dynamice sygnału może zostać utracony.

Zjawisko oscylacji ruchomej wartości średniej energii sygnału w porcie wyjściowym pięciosekcyjnego filtru pasmowo-przepustowego (rys. 3.1.11, 3.1.12) zilustrowane jest na wykresie 3.1.13.





Rys. 3.1.8: Struktura trójsekcyjnego pasmowoprzepustowego filtru opartego na indukcyjnych elementach sprzęgających w falowodzie prostokątnym. (Falowód WR75 (wymiary w mm) a =19.05, b = 9.525, $a_1 = 9.77$, $a_2 = 6.717$, $l_1 =$ 13..243, $l_2 = 14.643$, $t_1 = t_2 = 2$).

Rys. 3.1.9: Parametry rozproszenia trójsekcyjnego pasmowo-przepustowego filtru opartego na indukcyjnych elementach sprzęgających uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).



Rys. 3.1.10: Charakterystyki ruchomej wartości średniej energii uzyskanej przez zastosowanie okien: prostokątnego (lina ciągła), Hamminga (linia kreskowana) i Blackmana (lina kropkowana) dla trójwnękowego pasmowo-przepustowego filtru opartego na przesłonach indukcyjnych.





Rys. 3.1.11: Struktura pięciosekcyjnego pasmowo-przepustowego filtru opartego na indukcyjnych elementach sprzęgających. (Falowód WR75 (wymiary w mm) $a = 19.05, b = 9.525, a_1 =$ 11.05, $a_2 = 7.95, a_3 = 7.20, l_1 = 11.83, l_2 =$ 13.76, $l_3 = 14.08, t_1 = t_2 = t_3 = 2$).

Rys. 3.1.12: Parametry rozproszenia pięciosekcyjnego pasmowo-przepustowego filtru opartego na indukcyjnych elementach sprzęgających uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).



Rys. 3.1.13: Charakterystyka ruchomej wartości średniej energii sygnału z efektem zdudniania

Stosunkowo skutecznym rozwiązaniem zaistniałego problemu jest obniżenie progu wyznaczającego koniec ciągu uczącego (ciągu użytego do budowy modelu). Dla przykładu pięciosekcyjnego filtru pasmowo-przepustowego (rys. 3.1.11, 3.1.12), obniżając próg z-16dBdo -21dB unika się zbyt wczesnego zakończenia symulacji i równocześnie uwzględnia efekt zdudniania sygnału. Innymi słowy, ciąg, na bazie którego wyznaczane są współczynniki modelu, jest odpowiednio dostosowany do dynamiki sygnału w porcie.

Znacznie lepszym podejściem do zagadnienia byłoby automatyczne wykrycie zdarzenia, iż wartość kryterium determinującego koniec ciągu uczącego została osiągnięta nie z przyczyn zdudniania, ale zaniku energii sygnału w porcie. Zaistnienie wspomnianego faktu jest jednak trudne do stwierdzenia i dotychczas nie podano w literaturze odpowiedniego kryterium.

W ogólności może się okazać, że obniżenie progu definiującego koniec ciągu, stanowiącego podstawię ekstrakcji parametrów modelu, do wartości -21 dB będzie niewystarczające. Efekt ten zilustrowany jest na wykresie 3.1.16 dla trójsekcyjnego filtru pasmowo-przepustowego o indukcyjnych przesłonach sprzegających (rys. 3.1.14 i 3.1.15). W przedstawionym przykładzie obniżenie progu do wartości -21 dB nie gwarantuje utworzenia wiarygodnego modelu, bowiem ciąg stanowiący podstawe określenia wartości współczynników modelu nie obejmuje swoim zakresem efektu zdudniania sygnału. Inaczej mówiac, ciąg nie jest właściwie dostosowany do dynamiki przebiegu czasowego. Dalsze obniżanie progu może powodować znaczny spadek efektywności metody jako całości w tym sensie, że przyspieszenie analizy układu w dziedzinie czasu przez zastosowanie modelowania sygnałów będzie niezadowalające. Proponowanym w takiej sytuacji rozwiązaniem, którego zastosowanie ogranicza się jednak jedynie do układów bezstratnych, jest wyznaczenie normy błędu warunku energetycznego² ($|S_{11}^2| + |S_{21}^2| = 1$), a następnie sukcesywne śledzenie zmienności wartości średniej energii sygnałów w portach. Z chwilą, gdy model sygnału zostanie utworzony w oparciu o ciąg, którego koniec determinuje błędnie zdefiniowane kryterium ruchomej wartości średniej energii, warunek energetyczny (bilans energetyczny) będzie istotnie naruszony, co powinno stanowić podstawę do decyzji o kontynuacji symulacji układu. Istnieje bowiem duże prawdopodobieństwo, iż w trakcie dalszej analizy ruchoma wartość średnia energii sygnału zacznie narastać, co świadczy o pojawieniu się efektu zdudniania.W takim przypadku koniec ciągu uczącego może być określony jak tylko ruchoma wartość średnia energii zaczynie ponownie zanikać³. Oczywiście, w celu uniknięcia sytuacji, w której de facto zdudnienie sygnału nie występuje należy obniżyć próg nałożony na ruchomą wartość średnią energii sygnału, definiujący zakończenie symulacji obwodu, o dodatkową wartość np. -3 dB lub określić liczbę iteracji, tudzież czas oczekiwania na ponowny wzrost ruchomej wartości średniej energii w obwodzie. Gdy war-

 $^{^2 \}rm Ekstrakcja parametrów rozproszenia układu w oparciu o modele czasowe sygnałów zarejestrowanych w portach obwodu opisana jest w dodatku A$

³Problem zdudniania pojawia się również przy zastosowaniu techniki modelowania sygnałów czasowych dla zagadnienia automatycznej pełnofalowej syntezy filtrów pasmowo-przepustowych (rozdział 5). Ze względu na zastosowanie do wspomnianego celu stochastycznej metody optymalizacji odrzucenie pośrednich struktur filtrujących tworzonych podczas optymalizacji, dla których kryterium energetyczne jest błędnie zdefiniowane nie wypływa na zbieżność procedury.
tość średnia energii zaniknie do nowo ustalonego progu, procedura weryfikacji warunku energetycznego powinna zostać powtórzona.





Rys. 3.1.14: Struktura trójsekcyjnego pasmowoprzepustowego filtru falowodowego z przesłonami indukcyjnymi w płaszczyźnie H. (Falowód WR75 (wymiary w mm) a = 19.05, b = 9.525, $a_1 =$ 9.194, $a_2 = 5.858$, $l_1 = 13.617$, $l_2 = 14.966$, $t_1 =$ $t_2 = 2$, r = 1.5).

Rys. 3.1.15: Parametry rozproszenia trójsekcyjnego pasmowo-przepustowego filtru opartego na przesłonach indukcyjnych w płaszczyźnie H uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).



Rys. 3.1.16: Charakterystyka ruchomej wartości średniej energii sygnału zarejestrowanego w porcie trójsekcyjnego pasmowo-przepustowego filtru z zaznaczonym efektem zdudniania.

3.2 Decymacja sygnału

Warunek Couranta, gwarantujący numeryczną stabilność metody różnic skończonych (FD-TD) jest źródłem znacznego nadpróbkowania sygnałów rejestrowanych w portach układu. Modelowanie przebiegów czasowych, przy krótkim okresie próbkowania wiaże się z dużymi kosztami obliczeniowymi oraz komplikuje zagadnienie ustalenia prawidłowego stopnia złożoności tworzonych modeli. Warunek stabilności definiuje wzajemną zależność miedzy krokiem czasowym oraz wymiarem siatki określającej przestrzeń obliczeniowa. Zgodnie z ograniczeniem Couranta okres próbkowania sygnału otrzymanego w wyniku symulacji obwodu metodą różnic skończonych jest tym krótszy im gestsza jest dziedzina analizy. Wymóg redukcji wymiarów siatki jest zazwyczaj konsekwencją konieczności zagwarantowania odpowiedniej dokładności metody, szczególnie podczas analizy struktur o złożonych kształtach, w celu uwzględnienia osobliwości geometrycznych układu oraz ograniczenia dyspersji numerycznej. W wielu sytuacja rozwiązaniem problemu jest zastosowanie technik aproksymacji warunków brzegowych [22, 23, 37, 51, 52, 70, 115] oraz korekcji dyspersji [112, 117, 118]. Odpowiednie modelowanie warunków brzegowych pozwala na uzyskanie zazwyczaj dużej dokładności (rzędu błędu dyspersji numerycznej) przy stosunkowo rzadkiej siatce oraz bez konieczności zmiany kroku czasowego [37, 112, 115]. Jednak nawet przy zastosowaniu technik zmniejszających znacznie błędy dyskretyzacji uzyskanie wystarczająco dokładnego rozwiązania wymaga stosowania siatki o gęstości co najmniej dziesięć punktów na długości fali. Ograniczenie Couranta wymusza przy takiej dyskretyzacji i siatce trójwymiarowej krok czasowy odpowiadający w przybliżeniu 17 próbkom na okres. Tymczasem, zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu [109, 111] do odtworzenia widma sygnału wystarczą jedynie 2 próbki na okres. Tak wiec metoda FD-TD generuje ciągi próbek, które są co najmniej 9-krotnie nadpróbkowane. Utrudnia to bezpośrednie zastosowanie metod cyfrowego przetwarzania sygnałów do automatycznego tworzenia modeli. Aby pokonać tę trudność, odpowiedź układu uzyskana w oparciu o symulację FD-TD musi być odpowiednio zmodyfikowana, a mianowicie częstotliwość próbkowania sygnału czasowego musi być zredukowana. Innymi słowy, krok czasowy powinien być wydłużony, a posteriori, poprzez usunięcie próbek nadmiarowych.

Przyjęto zasadę zmiany częstotliwości próbkowania oryginalnego przebiegu FD-TD o współczynnik wyrażony zależnością

$$k = \frac{C}{2\Delta t f_{max}} \tag{3.2.1}$$

gdzie Δt jest krokiem czasowym metody FD-TD, którego wartość jest konsekwencją spełnienia warunku numerycznej stabilności, f_{max} jest maksymalną częstotliwością z pasma obwodu, a C jest czynnikiem skalującym. Ponieważ sygnał pobudzający ma zazwyczaj szersze pasmo niż zakres częstotliwości, w którym obwód jest analizowany, w procesie zmiany okresu próbkowania, oryginalny przebieg czasowy musi być dodatkowo poddany filtracji dolnoprzepustowej, tak aby uniknąć efektu zniekształcenia widma sygnału, czyli tak zwanego aliazingu.

Częstotliwości odcięcia filtru antyaliazingowego jest zazwyczaj proporcjonalna do wielkości $f_s/2R$, gdzie f_s jest częstotliwością próbkowania sygnału decymowanego, a R jest

współczynnikiem decymacji. Uwzględniając szerokość pasma przejściowego filtru dolnoprzepustowego oraz zakładając, że częstotliwość odcięcia filtru wynosi $0.8f_s/2R$ można stwierdzić, iż wartość współczynnika C w wyrażeniu (3.2.1) winna zawierać się w graniach 0.75 - 0.77. Przyjęcie niższej wartości współczynnika decymacji jest co prawda możliwe, prowadzi to jednak do znacznych komplikacji w procesie prawidłowego wyboru rzędu modelu. W takiej sytuacji zachodzi bowiem konieczność budowy modeli wyższych rzędów w celu odtworzenia składników sygnału usytuowanych poza pasmem analizy.

Stosowanie filtru antyaliazingowego przed decymacją prowadzi do zniekształcenia końcowych fragmentów filtrowanego ciągu próbek. Jest to konsekwencją istnienia stanów przejściowych dolnoprzepustowego filtru antyaliazingowego. Warto przypomieć, że filtracja w



Rys. 3.2.1: Efekt zniekształcenia przebiegu czasowego w wyniku nieprawidłowo wykonanej filtracji dolnoprzepustowej.

dziedzinie częstotliwości odpowiada spłotowi sygnału w dziedzinie czasu z odpowiedzią impulsową filtru. Jeżeli długość odpowiedzi impulsowej struktury filtrującej wynosi M, to sygnał wyjściowy w punkcie *i* wyznaczany jest na podstawie M sąsiednich wartości sygnału filtrowanego. Powoduje to zniekształcenia sygnału wyjściowego na końcach (rys. 3.2.1). Sygnał w tych punktach definiowany jest na podstawie niekompletnej informacji. Efekt deformacji krańcowych fragmentów sygnału nie był dotychczas poruszany w literaturze tematu, co jest związane, w dużej liczbie przypadków, z wyborem ciągów uczących w oparciu o przebiegi czasowe znaczniej długości. W takich sytuacjach zniekształcone fragmenty sygnałów nie wpływają na jakość konstruowanych modeli, bowiem są odrzucane w

trakcie wyboru ciągu uczącego. W niniejszej pracy nacisk położony jest na uzyskanie jak największej efektywności oraz automatyzacji procesu budowy modeli. Z tego względu problem zniekształcenia końcowych fragmentów sygnału czasowego wymaga dokładniejszego omówienia.

3.2.1 Problem zniekształcenia końcowych fragmentów przebiegu czasowego

Jak wyjaśniono powyżej, filtracja dokonywana przy zmianie okresu próbkowania modelowanego ciągu prowadzi do zniekształcenia jego skrajnych fragmentów. Taka częściowa degeneracja przebiegu znacząco wpływa na jakość konstruowanego modelu, co zostanie zilustrowane na przykładzie modelu sygnału czasowego stanowiącego odpowiedź czterownękowego filtru pasmowo-przepustowego. Na rysunkach 3.2.2 oraz 3.2.3 przedstawiono, odpowiednio, strukturę filtru oraz jego odpowiedź w dziedzinie częstotliwości. Układ analizowano w dwóch wymiarach przy gęstości siatki definiującej przestrzeń obliczeniową 104×86 , $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm oraz kroku czasowym ograniczonym warunkiem numerycznej stabilności metody $\Delta t = 0.9ps$.



Rys. 3.2.2: Struktura czterownękowego pasmowoprzepustowego filtru o indukcyjnych elementach sprzęgających. (Falowód WR75 (wymiary w mm) $a = 19.05, b = 9.525, a_1 = 9.469, a_2 = 612,$ $l_1 = 13.261, l_2 = 14.91, l_3 = 6.515, l_4 = 5.255,$ $t_1 = t_2 = 2, t_3 = 4.05$).

Rys. 3.2.3: Parametry rozproszenia czterownękowego pasmowo-przepustowego filtru (rys. 3.2.2) uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).

W celu utworzenia modelu sygnału stanowiącego odpowiedź obwodu w dziedzinie czasu, w pierwszej kolejności należy zdefiniować wstępne parametry modelu, mianowicie: fragment ciągu, w oparciu o który zostaną wyznaczone współczynniki modelu, krotność decymacji sygnału uzyskanego w oparciu o analizę obwodu metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu (FD-TD) oraz rząd modelu. Technika wyboru ostatniego ze wspomnianych parametrów jest opisana w dalszej części niniejszej rozprawy. W tym punkcie istotnym jest jedynie

fakt, że na każdym etapie konstruowania struktury modelującej wybór taki odbywa się w pełni automatycznie.

Na wykresie 3.2.4 zilustrowano przebieg ruchomej wartości średniej energii sygnału w porcie wyjściowym filtru. Wielkości T_1 i T_2 definiują początek oraz koniec przebiegu czasowego stanowiącego podstawię ekstrakcji współczynników modelu⁴. Chwilom czasu T_1 oraz T_2 odpowiadają kolejno iteracje $N_1 = 4320$, $N_2 = 7840$ metody FD-TD⁵.



Rys. 3.2.4: Przebieg ruchomej wartości średniej energii w porcie wyjściowym trójwnękowego filtru pasmowo-przepustowego.

Ciąg, w oparciu o który wyznaczane są współczynniki rozwinięcia sygnału w szereg wykładniczo tłumionych funkcji harmonicznych, zdefiniowany, w omawianym przypadku, przez $N_1 = 4320$, $N_2 = 7840$ iteracji FD-TD poddawany jest w kolejnym etapie k krotnej decymacji. W rozważanym przypadku k = 30. Filtracja antyaliazingowa prowadzi do zniekształcenia krańcowych fragmentów ciągu. Na wykresie 3.2.5 zilustrowano deformację końca przebiegu w wyniku przejścia sygnału przez kaskadę dwóch filtrów dolnoprzepustowych o częstotliwości odcięcia odpowiednio $0.8/5f_s$ oraz $0.8/6f_s^6$. Utworzenie modelu w oparciu o zniekształcony przebieg czasowy prowadzi do znacznego zdeformowania charakterystyki w dziedzinie częstotliwości. Na wykresie 3.2.6 zilustrowano parametry rozproszenia obwodu, obliczone w oparciu o modele zbudowanie na podstawie zniekształconych

 $^{^4\}rm Ze$ względu na pojawienie się efektu zdudniania sygnału, w celu uzyskania modelu wyższej wiarygodności, obniżono próg, ruchomej wartości średniej energii, definiujący koniec ciągu z $-16~\rm dB$ do $-21~\rm dB.$

⁵Przebieg otrzymany w drodze analizy obwodu jest nieco dłuższy niż wynika to z kryterium energetycznego (rys. 3.2.4). Jest to konsekwencją faktu, iż warunki dotyczące wyboru ciągu, w oparciu o który konstruowany jest model nie są sprawdzane na bieżąco, w trakcie trwania symulacji, lecz periodycznie co ustaloną liczbę iteracji. Postępuje się tak w celu zmniejszenia kosztów numerycznych.

⁶Dla dużych wartości współczynnika decymacji konstrukcja filtru antyaliazingowego, ze względu na ograniczona precyzję w obliczeniach numerycznych, może być utrudniona. Stąd zmiana okresu próbkowania odbywa się w paru krokach, tak aby współczynnik decymacji w każdym z nich nie był zbyt wysoki. W omawianym przykładzie $k = 30 = 5 \cdot 6$, a więc częstotliwość próbkowania zmieniono w 2 krokach.

sygnałów. Jak można zauważyć krzywe są zdeformowane i nie oddają w pełni charakteru analizowanej struktury.



Rys. 3.2.5: Efekt zniekształcenia sygnału czasowego powsta- Rys. 3.2.6: Parametry rozproszenia trójwnękowego filtru łego w wyniku filtracji przebiegu filtrem dolnoprzepustowym (antyaliazingowym).

pasmowo-przepustowego z elementami sprzęgającymi w płaszczyźnie H uzyskane z wykorzystaniem zdegenerowanych sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz modeli wysokiej wiarygodności (linia przerywana).

Jak wspomniano wcześniej, zniekształcenie krańcowych fragmentów przebiegu czasowego w procesie decymacji jest konsekwencją obliczania sumy splotowej przy niedostatecznej informacji o svgnale czasowym. Ze względu na przyjęte założenie, iż pełnofalowe modelowanie układu przerywane jest w chwili osiągnięcia przez ruchomą wartość średnią energii sygnałów w portach dostatecznie niskiego poziomu, końcowy fragment odpowiedzi czasowej, stanowiący podstawę ekstrakcji parametrów modelu jest równocześnie końcem sygnału zarejestrowanego podczas analizy. W takiej sytuacji filtracja anytalizingowa prowadzi do degeneracji końca ciagu uczącego i w konsekwencji budowany model jest mało wiarygodny. Z problemem tym można sobie poradzić dysponując dłuższym przebiegiem FD-TD. W sytuacji, gdy fragment ciągu na podstawie którego dokonuje się ekstrakcji parametrów modelu jest wybierany z odpowiednio długiej odpowiedzi czasowej analizowanego układu, pomimo filtracji anyaliazingowej, można osiągnąć wysoką jakość tworzonych modeli, odrzuciwszy, po filtracji, zdeformowana, końcowa część odpowiedzi. Jeżeli pozostały fragment będzie spełniał kryterium energetyczne, to można oczekiwać, że pomimo usunięcia końcowych próbek zbudowany model będzie wysokiej jakości. Innymi słowy, zniekształcenie sygnału wystąpi znacznie później niż ustalony koniec ciągu uczącego. Podejście oparte na przedłużaniu symulacji FD-TD ponad minimum ma bardzo istotną wadę, mianowicie w przypadku analizy układów, dla których współczynnik decymacji jest wysoki, liczba dodatkowych iteracji symulatora elektromagnetycznego musiałaby być znacząco zwielokrotniona, a to postawiłoby pod znakiem zapytania celowość stosowania proponowanej techniki zwiększania efektywności metody FD-TD. Alternatywnym rozwiązaniem kwestii zniekształcenia krańcowych fragmentów ciągów czasowych w wyniku filtracji, gwarantującym przy tym utworzenie modeli o dużej wiarygodności w oparciu o stosunkowo krótką symulację obwodu metodą FD-TD jest sztuczne przedłużanie ciągu przez tworzenie modeli pośrednich. Modele pośrednie pozwalają generować, a posteriori, dodatkowe próbki, które po filtracji można odrzucić, eliminując wpływ stanów przejściowych filtru dolnoprzepustowego na jakości modeli właściwych.

Struktura pośrednia konstruowana jest analogicznie jak model właściwy z tą różnicą, że nieznacznej modyfikacji ulega kryterium energetyczne. Na wykresie 3.2.4 wartości \tilde{T}_1 i \tilde{T}_2 definiują początek i koniec fragmentu odpowiedzi czasowej układu, w oparciu o który konstruowany jest model pośredni. Wspomniane wielkości mogą być ustalone przez podwyższenie progów narzuconych na charakterystykę ruchomej wartości średniej, lub wyznaczone przez przesunięcie punktów definiujących ciąg uczący (T_1 i T_2) o pewna liczbę próbek. W rozważanym przykładzie przyjęto zasadę zmiany położenia punktów T_1 i T_2 zgodnie z zależnościami $\tilde{T}_1 = T_1 - 8k$ oraz $\tilde{T}_2 = T_2 - 8k$, gdzie k jest współczynnikiem decymacji. Tak utworzony model pośredni służy do generacji próbek dla $t > T_2$, co odpowiada wydłużeniu analizy obwodu w dziedzinie czasu. Wydłużony przebieg jest następnie filtrowany, a końcowe próbki są odrzucane. Dopiero tak przetworzony ciąg wykorzystywany jest do konstrukcji modelu właściwego. Koszt numeryczny proponowanego podejścia jest stosunkowo niewielki.

Tabela. 3.2.1: Parametry modelu pośredniego.

f[GHz]	$\sigma \left[ns^{-1} \right]$	A[mV]	$\phi[rad]$
11.9665	-0.3357	1.9940	2.4139
-11.9665	-0.3357	1.9940	-2.4139
12.1472	-0.9709	1.2805	2.5227
-12.1472	-0.9709	1.2805	-2.5227
12.3436	-0.3908	1.9732	2.9138
-12.3436	-0.3908	1.9732	-2.9138

W tabeli 3.2.1 umieszczono parametry modelu pośredniego użytego do przedłużenia, a posteriori, odpowiedzi układu. Rząd modelu równy 6 został ustalony automatycznie z wykorzystaniem zmodyfikowanych statystyk AIC i MDL. (punkt 3.3).

=

Tabela. 3.2.2: Parametry modelu właściwego utworzonego w oparciu o sygnał wydłużony na podstawie modelu pośredniego.

bodstawie modelu posredniego.					
f[GHz]	$\sigma \left[ns^{-1} \right]$	A[mV]	$\phi[rad]$		
11.9615	-0.3310	1.7356	0.5221		
-11.9615	-0.3310	1.7356	-0.5221		
12.0915	-0.7434	1.0444	0.1528		
-12.0915	-0.7434	1.0444	-0.1528		
12.2126	-0.6287	0.7474	1.5132		
-12.2126	-0.6287	0.7474	-1.5132		
12.3466	-0.3789	1.7362	1.3230		
-12.3466	-0.3789	1.7362	-1.3230		

Tabela. 3.2.3: Parametry modelu utworzonego na podstawie bardzo długiej symulacji FD-TD

f[GHz]	$\sigma \left[ns^{-1} \right]$	A[mV]	$\phi[rad]$
11.9607	-0.3379	1.7379	0.5640
-11.9607	-0.3379	1.7379	-0.5640
12.0621	-0.8429	0.7779	0.2394
-12.0621	-0.8429	0.7779	-0.2394
12.2210	-0.8965	0.7178	1.1818
-12.2210	-0.8965	0.7178	-1.1818
12.3473	-0.3892	1.7516	1.2761
-12.3473	-0.3892	1.7516	-1.2761

W tabelach 3.2.2 i 3.2.3 umieszczono współczynniki rozwinięcia odpowiedzi czasowej układu w ciąg tłumionych funkcji harmonicznych obliczone, odpowiednio, w oparciu o przedłużony, a posteriori, przebieg czasowy oraz przebieg zarejestrowany podczas długiej, liczącej kilkadziesiąt tysięcy iteracji, symulacji FD-TD. Jak można zauważyć rozbieżność wartości współczynników jest nieznaczna, co potwierdza możliwości stosowania modeli pośrednich w celu uzupełniania, a posteriori, przebiegów stanowiących odpowiedź czasową układów i uniknięcia w ten sposób szkodliwych efektów związanych z filtracją antyaliazingową.

3.3 Selekcja rzędu modelu

Jednym z najważniejszych etapów w procesie modelowania sygnałów w dziedzinie czasu jest wybór stopnia złożoności modelu. Struktura przeparametryzowana, zbyt wysokiego rzędu, prowadzi w większości przypadków do niepotrzebnej komplikacji obliczeniowej. Natomiast model niedoparametryzowany, za niskiego rzędu, zazwyczaj okazuje się zbyt mało dokładny, tym samym nie spełnia narzuconych wymagań odnośnie jakości odtwarzanego sygnału. Dotychczasowe rozwiązania zagadnienia [19, 29, 42, 60, 73, 91, 92, 96] prowadziły do tworzenia modeli o trudnych do uzasadnienia wysokich rzędach. Nawet proste kilkurezonatorowe filtry mikrofalowe były modelowane jako struktury niezwykle skomplikowane, o rzędzie kilkanaście lub kilkadziesiąt razy wyższym niż rząd analizowanego układu. W ogólności wydaje się, że stopień złożoności modelu konstruowanego w oparciu o sygnał uzyskany z pełnofalowej analizy w dziedzinie czasu powinien odzwierciedlać topologię elektryczną obwodu. Stąd, dla szerokiej klasy układów jaką stanowią filtry mikrofalowe, rząd modelu powinien być równy lub zbliżony do rzędu modelowanej struktury. Nie oznacza to, że przyjęcie rzędu odpowiadającego stopniowi złożoności analizowanego obwodu gwarantuje automatycznie utworzenia modelu wysokiej jakości. Jedynie zastosowanie równocześnie wszystkich opisanych poprzednio kryteriów pozwala na uzyskanie wysoce wiarygodnych modeli.

Technika selekcji rzędu modelu jest zależna od postaci modelu oraz metody obliczania jego parametrów. W przypadku algorytmów bazujących na rozwiązaniu problemu własnego lub uogólnionego problemu własnego wyznaczenie rzędu modelu może być powiązane z określeniem rzędu macierzy utworzonej w oparciu o modelowany ciąg czasowy. Innymi słowy, minimalna realizacja liniowego lub nieliniowego systemu aproksymującego sygnał w dziedzinie czasu może być określona przez analizę rzędu macierzy utworzonej w oparciu o estymowany ciąg [61]. Alternatywnym podejściem do wyznaczenia rzędu modelu jest zastosowanie statystyki pozwalającej na wybór stopnia złożoności struktury modelującej na podstawie błędu predykcji. Takie rozwiązanie jest niezależne od sposobu obliczania parametrów modelu, mianowicie, czy wspomniane parametry wyznaczone zostana przez rozwiązanie problemu własnego, czy też zagadnienia najmniejszych kwadratów. W technice cyfrowego przetwarzania sygnałów powszechnie stosowane są dwa kryteria pozwalające określić rząd modelu mianowicie kryterium AIC (ang. Akaike Information Criterion) [2,3] oraz MDL (ang. Minimum Description Length) [72, 138, 139]. Obie statystyki otrzymuje się przez nałożenie kar za zmniejszanie błędu aproksymacji modelowanego sygnału spowodowane powiększaniem stopnia złożoności modelu. Ostatecznie wybiera się rząd modelu, który odpowiada najmniejszej wartość wspomnianych statystyk. Wax i Kailath [138, 139] zmodyfikowali wspomniane kryteria ściśle wiążąc je z metodami pozwalającymi wyznaczyć parametry modeli w oparciu o rozwiązanie problemu własnego. Poniżej omówione zostaną wszystkie wymienione metody selekcji rzędu modelu, jak również modyfikacje wprowadzone do części z nich gwarantujące uzyskanie wysoce wiarygodnych modeli niskiego rzędu.

3.3.1 Wybór rzędu modelu na podstawie rzędu macierzy sygnałowej

Oszacowanie stopnia złożoności modelu, w przypadku, gdy parametry struktury modelującej obliczane są przez rozwiązanie uogólnionego problemu własnego, może być powiązane z określeniem rzędu macierzy, utworzonej w oparciu o modelowany sygnał. Technika ta może być zastosowana przy aproksymacji sygnałów czasowych szeregiem zespolonych funkcji wykładniczych, gdy współczynniki modelu wyznaczane są przy użyciu metody uogólnionego pęku funkcyjnego. Rozkład na wartości szczególne pozwala określić rząd macierzy, nawet gdy analizowana macierz jest zaburzona. Niestety ze względu na znacznie trudności w oszacowaniu błędów wnoszonych przez metodę różnic skończonych, analiza rzędu macierzy, konstruowanej w oparciu o modelowany sygnał, nie stanowi wiarygodnego kryterium oceny stopnia złożoności modelu, co zostanie pokazane poniżej.

Rozkład macierzy $\mathbf{Y} \in \Re^{m \times n}$ rzędu kna wartości szczególne ma postać

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \mathbf{D}_k \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{V}^H = \sum_{i=1}^k \sigma_i \underline{u_i} \underline{v_i}^H$$
(3.3.1)

gdzie U i V są macierzami ortogonalnym natomiast macierz ${\bf D}$ jest macierzą diagonalną o elementach spełniających relację

$$\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \cdots \geqslant \sigma_k > 0 = \sigma_{k+1} = \cdots = \sigma_n \tag{3.3.2}$$

Rząd macierzy jest równy liczbie niezerowych wartości szczególnych. Stwierdzenie to jest prawdziwe jedynie w przypadku, gdy elementy macierzy \mathbf{Y} nie są zaburzone. Zagadnienie wyznaczania rzędu macierzy \mathbf{Y} , a tym samym stopnia złożoności modelu, w oparciu o rozkład na wartości szczególne znacznie się komplikuje, w sytuacji gdy macierz \mathbf{Y} obarczona jest błędem tj. gdy sygnał otrzymany w wyniku analizy obwodu w dziedzinie czasu jest zniekształcony przez szum odpowiadający błędom metody FD-TD (aproksymacji warunków brzegowych, dyspersji) lub też odpowiedź spoza pasma analizy.

Dla macierzy postaci:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} + \mathbf{E} \tag{3.3.3}$$

gdzie ${\bf E}$ jest błąd aproksymacji metody różnic skończonych w dziedzinie czasu zachodzą następujące związki

$$\hat{\sigma}_i \leqslant \|E\|_2 \quad \text{dla} \quad i = k+1, \dots, n \tag{3.3.4}$$

oraz

$$\hat{\sigma}_{k+1}^2 + \dots + \hat{\sigma}_n^2 \leqslant \|E\|_F^2 \tag{3.3.5}$$

gdzie $\hat{\sigma}_i$ są wartościami szczególnymi macierzy $\hat{\mathbf{Y}}$, natomiast $\|\cdot\|_2$ oraz $\|\cdot\|_F$ to odpowiednio norma spektralna oraz norma Frobeniusa macierzy.

Rozkład macierzy $\hat{\mathbf{Y}}$ na wartości szczególne pozwala na wiarygodne oszacowanie rzędu macierzy w przypadku, gdy znana jest wartość normy macierzy \mathbf{E} . Rząd macierzy $\hat{\mathbf{Y}}$ określony jest przez k maksymalnych wartości szczególnych przy założeniu, że suma kwadratów pozostałych n - k wartości szczególnych ograniczona jest przez kwadrat normy Frobeniusa macierzy \mathbf{E} , lub każda z n - k najmniejszych wartości szczególnych jest mniejsza od normy spektralnej macierzy zaburzenia. Jeżeli σ_k jest dostatecznie duże w stosunku do elementów macierzy \mathbf{E} , to rozkład macierzy $\hat{\mathbf{Y}}$ na wartości szczególne stanowi wiarygodną aproksymację rzędu macierzy, a tym samym stopnia złożoności modelu. Ostatecznie w przypadku, gdy dostępna jest informacja, bądź to odnośnie normy macierzy \mathbf{E} , lub statystycznego rozkładu jej elementów, rząd macierzy $\hat{\mathbf{Y}}$ może być oszacowany z dostateczną dokładnością. Zazwyczaj jednak informacje takie nie są dostępne. Można założyć, że elementom macierzy \mathbf{E} odpowiadają zmienne losowe o zerowej wartości średniej oraz wariancji σ^2 wówczas

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{U}^{H} \hat{\mathbf{Y}} \mathbf{V} = \mathbf{U}^{H} \mathbf{Y} \mathbf{V} + \mathbf{U}^{H} \mathbf{E} \mathbf{V} = \mathbf{U}^{H} \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{k} + \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{pmatrix} \mathbf{V}$$
(3.3.6)

stąd

$$\hat{\sigma}_{k+1}^2 + \dots + \hat{\sigma}_n^2 \cong \|\Lambda_{22}\|_F^2 \tag{3.3.7}$$

Ponieważ macierze U oraz V są ortogonalne, to elementy macierzy Λ_{22} pozostają zmiennymi losowymi o zerowej wartości średniej oraz wariancji σ^2 . Ostatecznie rzędem macierzy $\hat{\mathbf{Y}}$ jest najmniejsza liczba całkowita spełniająca zależność

$$\hat{\sigma}_{k+1}^2 + \dots + \hat{\sigma}_n^2 \leqslant (n-k)(m-k)\sigma^2$$
 (3.3.8)

W przypadku sygnałów uzyskanych w drodze symulacji obwodu metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu, określenie rzędu modelu na podstawie analizy rzędu macierzy \mathbf{Y}_1 nie stanowi wiarygodnego kryterium oceny prawidłowej złożoności struktury modelującej. Jest to konsekwencją trudności w oszacowaniu błędów wnoszonych przez metodę FD-TD. Próg narzucony na wartości szczególne macierzy \mathbf{Y}_1 , stanowiący kryterium selekcji rzędu modelu właściwy dla danego obwodu może okazać się nieprawidłowy podczas modelowania innego układu.

3.3.2 Wybór rzędu modelu na podstawie statystyk AIC i MDL

Ze względu na małą wiarygodność oceny minimalnej realizacji modelu w oparciu o analizę rzędu macierzy, należy rozważyć zastosowanie statystyk umożliwiających oszacowanie stopnia złożoności struktury modelującej na podstawie błędu estymacji sygnału w dziedzinie czasu. Tego typu statystyki mają ogólną postać

$$\mathcal{L}(K) = \mathcal{L}(x_N, \Theta_K) + \mathcal{L}(N, K)$$
(3.3.9)

gdzie $\mathcal{L}(x_N, \Theta_K)$ jest czynnikiem zależnym od przebiegu czasowego oraz od parametrów modelu. Funkcja ta definiuje błąd, z jakim model odtwarza sygnał, stąd jej wartość powinna maleć wraz ze zwiększaniem się stopnia złożoności modelu. Drugi czynnik równania (3.3.9) jest zależny wyłącznie od długości sygnału modelowanego oraz od stopnia złożoności modelu. Ta część równania powinna rosnąć wraz ze wzrostem liczby współczynników (K) modelu w celu eliminacji struktur zbyt złożonych. Równocześnie $\mathcal{L}(N, K)$ powinno dążyć do wartości K dla dużych N, tak aby czynnik ten nie prowadził do zniekształcenia informacji niesionych przez funkcję błędu dla struktur niskiego rzędu.

Statystykami o dużym znaczeniu w technice cyfrowego przetwarzania sygnałów do celów oceny rzędów modeli są statystyki AIC (ang. Akaike Information Criterion) [2,3] o ogólnej postaci

$$\mathcal{L}(K) = -\ln(f(x_N, \Theta_K)) + 2K \tag{3.3.10}$$

oraz MDL (ang. Minimum Desciption Length) [72]

$$\mathcal{L}(K) = -\ln(f(x_N, \Theta_K)) + 0.5K\ln(N)$$
(3.3.11)

gdzie $f(x_N, \Theta_K)$ jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa przyjęcia przez model paramterów Θ_K . W praktyce, statystyki AIC oraz MDL zasadniczo przetwarzają informację o błędzie aproksymacji sygnału przez model o danej złożoności K. Wax i Kailath [138] [139] wprowadzili jednak modyfikacje obu statystyk, dostosowując je do metod, w przypadku których współczynniki modeli wyznaczane są w oparciu o rozwiązanie problemu własnego lub uogólnionego problemu własnego.

3.3.2.1 Statystyki AIC i MDL dla przypadku poszukiwania współczynników modelu przez rozwiązanie uogólnionego problemu własnego

Statystyki AIC oraz MDL zaproponowanie przez Wax i Kailath mają postać

$$AIC(K) = -2\ln\left(\frac{\prod_{i=K+1}^{L} \sigma_i^{1/(L-K)}}{\frac{1}{L-K}\sum_{i=K+1}^{L} \sigma_i}\right)^{(L-K)N} + 2K(2M-K)$$
(3.3.12)
$$MDL(K) = -2\ln\left(\frac{\prod_{i=K+1}^{L} \sigma_i^{1/(L-K)}}{\frac{1}{L-K}\sum_{i=K+1}^{L} \sigma_i}\right)^{(L-K)N} + \frac{1}{2}K(2L-K)\ln(N)$$
(3.3.13)

gdzie K jest rzędem modelu, L jest parametrem pęku funkcyjnego, N jest długością ciągu wykorzystanego do konstrukcji modelu.

Niestety powyższe kryteria zastosowane do modelowania odpowiedzi układów wysokiej częstotliwości w dziedzinie czasu, znacznie przeparametryzowują modele. Jest to konsekwencją faktu, że układ pobudzony szerokopasmowo posiada w swoim widmie składowe lokujące się daleko poza pasmem analizy obwodu. W takim przypadku duża liczba wartości własnych macierzy sygnałowej ma znaczące moduły i to prowadzi do błędów w estymacji rzędu modeli.

3.3.2.2 Statystki oparte na błędzie estymacji sygnału w dziedzinie czasu

W celu wyznaczenie składowych zależności (3.3.10) oraz (3.3.11) w pierwszej kolejności należy określić błąd aproksymacji sygnału modelem rzędu K

$$\varepsilon(n) = (x(n) - \hat{x}(n)) \tag{3.3.14}$$

Przyjmując, że ciąg $\varepsilon(n)$ jest procesem Gaussowskim o zerowej wartości średniej oraz wariancji σ otrzymuje się $f(x_N, \Theta_K)$) w postać

$$f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N | \Phi^K) = \prod_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(K)} \exp\left(-\frac{\varepsilon_n^2}{2\sigma^2(K)}\right)$$
(3.3.15)

gdzie

$$\sigma^2(M) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varepsilon_n^2 \tag{3.3.16}$$

Po podstawieniu funkcji gęstości prawdopodobieństwa (3.3.15) do równania (3.3.10) i (3.3.11) oraz pominięciu wszystkich czynników niezależnych od rzędu modelu K, statystyki AIC oraz MDL wyrażają się zależnościami

$$AIC(K) = N\ln(\sigma) + 2K \tag{3.3.17}$$

$$MDL(K) = N\ln(\sigma) + p\ln N \tag{3.3.18}$$





Rys. 3.3.1: Struktura trójsekcyjny filtru pasmowo-przepustowego. (Wymiary w mm: a = 7.10, $a_1 = 3.6$, $a_2 = 2.4$, $l_1 = 4.15$, $l_2 = 4.7$, $t_1 = 1.45$, $t_2 = 1.1$).

Rys. 3.3.2: Parametry rozproszenia trójsekcyjnego filtru pasmowoprzepustowego uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).

Statystyki te są równoważne (3.3.12) i (3.3.13) jednak ich bezpośrednie stosowanie może prowadzić do sprzecznych rezultatów jak również powodować, iż tworzone modele będą

zbyt wysokich rzędów, podobnie jak ma to miejsce w przypadku kryteriów zmodyfikowanych przez Waxa i Kailath'a. Zjawisko to zilustrowane jest na rysunku 3.3.3 na przykładzie trójwnękowego filtru pasmowo-przepustowego (rys. 3.3.1 i 3.3.2). Rząd struktury określony w oparciu o statystyki AIC oraz MDL wyniósł 50. Jest to, oczywiście wartość zbyt wysoka w stosunku do obwodu składającego się z trzech rezonatorów. W tym przypadku oczekiwać należało modelu o rzędzie 6. Zatem, aby uniknać zjawiska przeparametryzowywania modeli powyższe kryteria zmodyfikowano. Okazuje się, że dla uzyskania właściwego oszacowania rzędów modeli wystarczy pominąć wszystkie czynniki rozwinięcia sygnału w szereg tłumionych funkcji wykładniczych, których wartości amplitud są mniejsze od pewnego progu (np. 10^{-4}), oraz wyeliminować wszystkie składowe modelu leżące poza analizowanym pasmem. Obydwa zabiegi prowadzą do spójności rezultatów uzyskiwanych na podstawie statystyk AIC i MDL, a ich zastosowanie gwarantuje tworzenie modeli niskiego rzędu przy zachowaniu dużej dokładności odtworzenie modelowanego sygnału. Omawiany efekt ponownie zilustrowany jest na rysunku 3.3.3. Po zastosowaniu technik eliminacji składowych modelu o małej amplitudzie oraz odrzucaniu czynników spoza pasma otrzymano 6 rząd modelu, co odpowiada stopniowi złożoności analizowanej struktury (rys. 3.3.1).



Rys. 3.3.3: Wybór rzędu modelu sygnału stanowiącego czasowa odpowiedź trój-wnękowego filtru pasmowo-przepustowego. Selekcja w oparciu o zmodyfikowane i niezmodyfikowane statystyki AIC i MDL.

3.4 Wszechstronność metody

Struktury filtrujące, których odpowiedzi w dziedzinie częstotliwości zostały wyznaczone z wykorzystaniem modelowania sygnałów czasowych zarejestrowanych we wrotach układów oraz posłużyły za ilustracje w trakcie omawiania poszczególnych kryteriów doboru parametrów modeli, to dwuportowe falowodowe obwody bezstratne. Proponowania technika zwiększenia efektywności metody różnic skończonych przez wykorzystanie modeli sygnałów czasowych nie ogranicza tylko się do wspomnianej klasy układów. Metoda przetwarza informacje zawarte jedynie w sygnałach czasowych. Stąd możliwa jest analiza np. struktur mikropaskowych, stratnych, wypełnionych materiałami anizotropowymi oraz wszystkich pozostałych, które mogą być przeanalizowane metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu. Na wykresach 3.4.1 i 3.4.2 zilustrowano przykładowy filtr mikropaskowy, natomiast na rysunkach 3.4.3, 3.4.3 i 3.4.5 przedstawiono dwurodzajowy cylindryczny filtr falowodowy [116], bez strat, oraz z uwzględnieniem skończonej przewodności ($\sigma = 5.2 \cdot 10^5$ S/m) materiału, z którego wykonany jest układ.



Rys. 3.4.1: Struktura mikropaskowego filtru dolnoprzepustowego. (Wymiary w mm: $a_1 = 2.413$, $a_2 = 2.54$, $l_1 = 5.65$, $l_2 = 20.32$, h = 0.794, $\varepsilon = 2.2$).

Rys. 3.4.2: Parametry rozproszenia mikropaskowego filtru dolnoprzepustowego uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).





Rys. 3.4.3: Struktura dwurodzajowego, cylindrycznego filtru falowodowego. (Falowód WR62 (wymiary w mm) r = 12.773, h = 33.427, w =8.000, t = 2.4).

Rys. 3.4.4: Parametry rozproszenia dwurodzajowego cylindrycznego filtru falowodowego uzyskane, odpowiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).



drycznego filtru falowodowego wykonanego z materiału o lindrycznego filtru falowodowego. Struktura bezstratna, liskończonej przewodności ($\sigma = 5.2 \cdot 10^5$ S/m), uzyskane, od- nia ciągła, oraz stratna $\sigma = 5.2 \cdot 10^5$, linia przerywana. powiednio, w drodze modelowania sygnałów czasowych (linia ciągła) oraz transformaty Fouriera krótkiej odpowiedzi obwodu w dziedzinie czasu (linia przerywana).

Rys. 3.4.5: Parametry rozproszenia dwurodzajowego cylin- Rys. 3.4.6: Bilans energetyczny dla dwurodzajowego, cy-

3.5 Algorytm konstrukcji modelu

W ramach podsumowania, poniżej zostanie opisana pełna procedura automatycznej kreacji modeli z wykorzystaniem kryteriów przedstawionych w niniejszym rozdziale.

1. Po rozpoczęciu symulacji układu o dużej dobroci, metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu, obliczana jest ruchoma wartość średnia energii sygnałów rejestrowanych w portach obwodu, zgodnie z zależnością (3.1.1), lub w oparciu o formułę rekurencyjną (3.1.9). Ruchoma wartość średnia energii wyznaczana jest w każdym porcie niezależnie oraz na bieżąco normalizowana do maksymalnej wartości dotych-czas zarejestrowanej.

Z chwilą, gdy funkcja wartości średniej energii sygnałów w portach zacznie maleć i osiągnie poziom -3 dB, jej argument odpowiadający chwili czasu (T_1) lub liczbie iteracji metody FD-TD (N_1) jest rejestrowany, podobnie jak liczba iteracji $(N_2$ lub T_2) niezbędnych do osiągnięcia przez wspomnianą wielkość wartości -16 dB. Zmienne N_1 (T_1) oraz N_2 (T_2) definiują ciąg, w oparciu o który kolejno wyznaczone zostaną wartości współczynników modelu (ciąg uczący).

Gdy wartość średnia energii sygnału osiągnęła poziom -16 dB i równocześnie nie stwierdzono pojawienia się efektu zdudniania sygnału, symulacja FD-TD zostaje zakończona.

2. Kolejnym etapem budowy modeli sygnałów czasowych jest decymacja ciągów zarejestrowanych podczas analizy. Okres próbkowania przebiegów czasowych jest wydłużany k-krotnie zagadnie z zależnością (3.2.1).

W celu uniknięcia deformacji widma sygnału, w procesie decymacji, przed zmianą okresu próbkowania, przebieg FD-TD zostaje poddany filtracji dolnoprzepustowej. Aby ograniczyć wpływ zniekształceń krańcowych fragmentów przebiegu, wynikający z filtracji antyaliazingowej konstruowany jest model pośredni, a następnie przebieg FD-TD jest wydłużany. Model pośredni budowany jest w oparciu o ciąg, którego początek i koniec zdefiniowane są w drodze przesunięcia punktów N_1 oraz N_2 o -8k próbek (pomniejszenia wartości N_1 oraz N_2 o 8k próbek).

Do budowy modelu pośredniego wykorzystuje się przebieg zdecymowany k-krotnie, a rząd modelu ustala się w oparciu o zmodyfikowane kryteria AIC oraz MDL. W procesie wyboru tworzonych jest kilkanaście lub kilkadziesiąt modeli, o coraz to wyższych rzędach. Kolejne modele oceniane są pod względem wiarygodności, przy czym miarą jakości poszczególnych struktur jest wartość błędu aproksymacji sygnału czasowego. Przy odtwarzaniu sygnału w dziedzinie czasu, koniecznego dla określenia błędu aproksymacji, czynniki rozwinięcia o małej amplitudzie (mniejszej niż 10^{-4}) oraz leżące poza pasmem analizy układu są odrzucane. Jest to konsekwencja wprowadzonej modyfikacji kryteriów AIC i MDL.

- 3. Wykorzystując model pośredni, oryginalny ciąg czasowy uzyskany w drodze symulacji FD-TD uzupełniany jest o kilka lub kilkanaście tysięcy iteracji, w zależności od wartości kroku czasowego. Odtworzenie dalszej części przebiegu ma na celu eliminację wpływu stanów przejściowych filtru dolnoprzepustowego (anyaliazingowego).
- 4. Wydłużony, a posteriori, ciąg czasowy jest decymowany z krotnością wyznaczoną w punkcie 2. Ponieważ obecnie koniec przebiegu czasowego stanowiącego podstawę ekstrakcji współczynników modelu nie jest równocześnie końcem sygnału zareje-strowanego podczas analizy układu, część sygnału zniekształcona w procesie splotu wydłużonej odpowiedzi układu z odpowiedzą impulsową filtru dolnoprzepustowego (antyaliazingowego) jest odrzucana, co pozwala na utworzenie modelu dużej wiary-godności.
- 5. Z tak przetworzonego ciągu wybiera się próbki z zakresu od T_1 do T_2 i na ich podstawie wyznacza się współczynniki rozwinięcia sygnału czasowego uzyskanego w drodze symulacji FD-TD w szereg tłumionych funkcji harmonicznych, zgodnie z metodą GPOF opisaną w rozdziale 2.

Wybór rzędu modelu właściwego odbywa się analogicznie jak określenie stopnia złożoności struktury pośredniej, a więc z wykorzystaniem zmodyfikowanych kryteriów AIC i MDL.

W celu wyznaczenia wartości parametrów rozproszenia analizowanej struktury niezależnie modelowane są cztery sygnały w każdym porcie układu.

Sytuacja nieco się komplikuje, gdy nie jest spełnione przyjęte w punkcie 1 założenie o braku zdudniania. W takiej sytuacji symulacja układu nie może być zakończona, bowiem ciąg uczący, uzyskany w oparciu o błędnie zdefiniowane kryterium energetyczne nie będzie odpowiednio dostosowany do dynamiki sygnału w porcie, a więc potencjalnie utworzony model będzie małej wiarygodności. Stąd, z chwilą, gdy ruchoma wartość średnia energii sygnału w portach układu zmaleje do poziomu -16 dB, tworzony jest model tymczasowy zgodnie z schematem opisanym powyżej. Modelowane są cztery sygnały, odpowiadające polom E, H oraz ich pochodnym przestrzennym w kierunku propagacji fali, w każdym porcie niezależnie i na tej podstawie wyznaczone sa parametry rozproszenia układu. Kolejno wyznaczana jest miara naruszenia warunku energetycznego (w przypadku struktur filtrujących błąd ten sprawdzany jest w pasmie przepustowym). W sytuacji, gdy wartość wspomnianego błędu jest wysoka, warunek determinujący zakończenie symulacji, nakładany na charakterystykę ruchomej wartości średniej energii sygnału, jest obniżany o 3 dB, a wiec obecnie będzie on wynosić -19 dB. Symulacja układu jest kontynuowana, przy czym co pewną liczbę iteracji, stanowiącą zazwyczaj wielokrotność okresu sygnału pobudzającego, zdefiniowaną jako $N = 1/(f_{max}\Delta t)$, gdzie f_{max} jest górną częstotliwością pasma analizy układu, sprawdzana jest wartość średniej energii w portach. Jeżeli ruchoma wartość średnia energii zaczyna rosnąć, to symulację prowadzi się do czasu wykrycia pierwszego lokalnego maksimum i ponownego osiągnięcia progu energetycznego. Gdy to nastąpi, przystępuje się do tworzenia modelu. W sytuacji, gdy ruchoma wartość średnia

energii sygnałów we wszystkich portach osiągnie poziom -19 dB, a efekt zdudniania nie został wykryty ponownie jest sprawdzany warunek energetyczny (bilans energetyczny) i na tej podstawie podejmowana jest decyzja o kontynuacji symulacji bądź jej przerwaniu.

3.6 Efektywność modelowania

Jako uzupełnienie niniejszego rozdziału oraz dowód skuteczności kryteriów w nim opisanych niech posłuży zestawienie danych dotyczących modelowania filtrów wysokiej częstotliwości, które stanowiły ilustrację omawianych problemów. We wszystkich przypadkach automatycznie oszacowane rzędy modeli odpowiadały topologiom elektrycznym struktur. Dodatkowo stosując modelowanie sygnałów uzyskano kilkukrotny (od 2 do 8) wzrost efektywności metody FD-TD, przy bardzo dużej dokładności aproksymacji ciągów czasowych (kwadrat normy błędu mniejszy od 10^{-5}).

Struktura 3.1 (rys. 3.1.2, 3.1.3) Wieloaperturowy pasmowo-przepustowy filtr falowodowy. Struktura oraz wymiary geometryczne układu zilustrowano na rysunku 3.1.2. Analiza układu została wykonana w trzech wymiarach przy gęstości siatki Yee $66 \times 17 \times 603$, $\Delta x = \Delta y = 0.2mm$, $\Delta z = 0.2mm$. Wartości kroku czasowego wyniosła $\Delta t = 0.27ps$. Obwód pobudzono sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu 12 - 16 GHz. Odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości wyznaczono z wykorzystaniem modeli ciągów czasowych utworzonych w oparciu o fragmenty sygnałów z zakresu 7476/11508 (pierwsza i ostatnia próbka przebiegów czasowych stanowiących podstawę syntezy modeli). Współczynnik decymacji sygnałów czasowych ustalono na k=84. W oparciu o zmodyfikowane kryteria AIC oraz MDL, rząd modelu ustalono na 4. Kwadrat normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi częstotliwościowej układu oszacowano⁷ na $3.2 \cdot 10^{-7}$. Stosując modelowanie sygnałów czasowych uzyskano 6-krotny wzrost efektywności⁸ metody FD-TD.

Struktura 3.2 (rys. 3.1.4, 3.1.5) Dwuwnękowy pasmowo-przepustowy filtr falowodowy z elementami sprzęgającymi w płaszczyźnie E. Struktura oraz wymiary geometryczne układu zilustrowano na rysunku 3.1.4. Układ analizowano w dwóch wymiarach przy rozmiarze siatki pokrywającej przestrzeń obliczeniową 234×40 , $\Delta x = \Delta y = 0.25$ mm (wykorzystano

 $^{^7{\}rm Kwadrat}$ normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi układu obliczany jest w dziedzinie częstotliwości w odniesieniu do charakterystyk układów otrzymanych w oparciu o bardzo długą symulację obwodów w dziedzinie czasu.

⁸Efektywność modelowania wyznaczana jest jako stosunek liczby iteracji metody FD-TD jaka musi być wykonana w celu osiągnięcia tej samej normy błędu odpowiedzi układu w dziedzinie częstotliwości co norma błędu generowana w drodze modelowanie sygnału czasowego, do liczby iteracji niezbędnej dla zbudowania modelu. Innymi słowy, w oparciu o model sygnału czasowego wyznaczana jest odpowiedź częstotliwościowa układu oraz obliczana jest norma błędu aproksymacji otrzymanej odpowiedzi układu w odniesieniu do charakterystyki obwodu uzyskanej w drodze bardzo długiej jego symulacji. Kolejno układ symulowany jest tak długo, aż norma błędu charakterystyki obwodu obliczona w stosunku do bardzo długiej symulacji struktury stanie się równa normie błędu wyznaczonej przy założeniu modelowania sygnałów czasowych. Stosunek otrzymanej liczby iteracji do liczby iteracji wymaganej dla skonstruowania modelu jest miarą efektywności modelowania.

symetrię układu). Wartości kroku czasowego, zgodnie z warunkiem stabilności numerycznej, wyniosła $\Delta t = 0.40 ps$. Obwód pobudzany był sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu częstotliwości gwarantującego jednorodzajową pracę układu 11 – 13*GHz*. Odpowiedź struktury w dziedzinie częstotliwości wyznaczono z wykorzystaniem modeli ciągów czasowych utworzonych w oparciu o fragmenty sygnałów z zakresu 6264/9504 próbek. Współczynnik decymacji sygnałów czasowych ustalono na k=72. Oszacowany rząd modelu to 4. Kwadrat normy błędu aproksymacji odpowiedzi częstotliwościowej w odniesieniu od charakterystyki otrzymanej przez odpowiednio długą symulację układu wyniósł $6.6 \cdot 10^{-8}$. Stosując modelowanie sygnałów czasowych uzyskano 4-krotny wzrost efektywności metody FD-TD.

Struktura 3.3 (rys. 3.1.6, 3.1.7) Czterosekcyjny pasmowo-przepustowy filtr falowodowy z elementami sprzęgającymi w płaszczyźnie H. Struktura oraz wymiary geometryczne układu podano na rysunku 3.1.6. Analiza układu została wykonana w dwóch wymiarach przy rozmiarze siatki 224×20 , $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm (wykorzystano symetrię struktury). Wartości kroku czasowego była równa $\Delta t = 0.9ps$. Obwód pobudzono sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu częstotliwości 10-15 GHz. Odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości wyznaczono w oparciu o modele sygnałów czasowych. Wartości współczynników rozwinięcia przebiegów w ciągi tłumionych funkcji harmonicznych obliczono na podstawie fragmentów odpowiedzi czasowych układu z zakresu 1920/3270 próbek. Współczynnik decymacji sygnałów czasowych ustalono na k=30. Oszacowany rząd modelu to 8. Kwadrat normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi częstotliwościowej układu wyniósł $2.3 \cdot 10^{-6}$. Stosując modelowanie sygnałów czasowych uzyskano 2-krotne skrócenie czasu obliczeń.

Struktura 3.4 (rys. 3.1.8, 3.1.9) Trójsekcyjny pasmowo-przepustowy filtr oparty na indukcyjnych elementach sprzęgających. Struktura oraz wymiary geometryczne układu zilustrowano na rysunku 3.1.8. Analiza układu została wykonana w dwóch wymiarach z wykorzystaniem symetrii obwodu przy rozmiarze siatki 162×22 , $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm. Wartości kroku czasowego była równa $\Delta t = 0.29ps$. Obwód pobudzono sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu częstotliwości 10 - 15 GHz. Odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości wyznaczona została z wykorzystaniem modeli ciągów czasowych utworzonych w oparciu o fragmenty sygnałów z zakresu 3120/4660. Współczynnik decymacji sygnałów czasowych ustalono na k=30. Oszacowany rząd modelu to 6. Kwadrat normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi częstotliwościowej układu wyniósł $3.2 \cdot 10^{-7}$. Stosując modelowanie sygnałów czasowych uzyskano 4-krotny wzrost efektywności metody FD-TD.

Struktura 3.5 (rys. 3.1.11, 3.1.12) Pięciosekcyjny pasmowo-przepustowy filtr oparty na indukcyjnych elementach sprzęgających. Strukturę oraz wymiary geometryczne układu zobrazowano na rysunku 3.1.11. Układ analizowano w dwóch wymiarach z uwzględnieniem symetrii struktury przy rozmiarze siatki 243×21 , $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm. Wartości kroku czasowego była równa $\Delta t = 0.8ps$. Obwód pobudzono sygnałem gaussowskim o widmie z zakresu częstotliwości 10 – 15 GHz. Modele ciągów czasowych zostały utworzone w oparciu o fragmenty sygnałów z zakresu 3484/5772 próbek. Współczynnik decymacji ciągów uczących ustalono na k=39. Oszacowany rząd modelu to 10. Kwadrat normy błędu aproksymacji aproksymacji odpowiedzi częstotliwościowej układu wyniósł $8.0 \cdot 10^{-6}$. Budując modelowanie sygnałów czasowych uzyskano 8-krotną redukcję czasu obliczeń.

Struktura 3.6 (Rys. 3.1.14, 3.1.15) Trójsekcyjny pasmowo-przepustowy filtr falowodowy z przesłonami indukcyjnymi w płaszczyźnie H. Analiza obwodu została wykonana w dwóch wymiarach przy gęstości siatki pokrywającej przestrzeń obliczeniową 100 × 20, $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm oraz kroku czasowym, ograniczonym przez warunek numerycznej stabilności, $\Delta t = 0.001ns$. Obwód pobudzany był sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu 10 – 15 GHz. Odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości została wyznaczona z wykorzystaniem modeli ciągów czasowych, utworzonych w oparciu o ciąg próbek obejmujący swoim zakresu 3484/4628 iteracje FD-TD. Współczynnik decymacji przebiegów czasowych ustalono na k=26. Wyznaczony, w oparciu o zmodyfikowane kryteria statystyczne, rząd modelu wyniósł 6. Kwadrat normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi częstotliwościowej układu oszacowano na $6.4 \cdot 10^{-7}$. Zastosowanie modelowania sygnałów czasowych pozwoliło na 6-krotną redukcję czasu analizy struktury metodą FD-TD.

Struktura 3.7 (rys. 3.2.2, 3.2.3) Czterosekcyjny zagięty, pasmowo-przepustowy filtr falowodowy. Strukturę oraz wymiary geometryczne układu przedstawiono na rysunku 3.2.2. Analiza układu została wykonana w dwóch wymiarach przy rozmiarze siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniową 104 × 86, $\Delta x = \Delta y = 0.5$ mm. Wartości kroku czasowego wyniosła $\Delta t = 0.9ps$. Obwód pobudzono impulsem o widmie z zakresu 11 – 14 GHz. Odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości wyznaczono z wykorzystaniem modeli sygnałów czasowych. Wartości współczynników struktur modelujących obliczono w oparciu o fragmenty przebiegów czasowych zarejestrowanych w portach układu zdefiniowane przez 4320 oraz 7840 iteracje FD-TD. Okres próbkowania ciągów czasowych wydłużono k=20-krotnie. Oszacowany rząd modelu to 8. Kwadrat normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi częstotliwościowej układu wyniósł $1.2 \cdot 10^{-6}$. Stosując modelowanie sygnałów czasowych uzyskano 4-krotny wzrost efektywności metody FD-TD.

Struktura 3.8 (Rys. 3.3.1, 3.3.2) Trójsekcyjny pasmowo-przepustowy filtr falowodowy. Analiza obwodu została wykonana w dwóch wymiarach przy gęstości siatki 204×36 oraz kroku czasowym ograniczonym przez warunek numerycznej stabilności $\Delta t = 0.38ps$. Obwód pobudzany był sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu 32 - 39 GHz. Odpowiedź układów w dziedzinie częstotliwości została wyznaczona z wykorzystaniem modeli ciągów czasowych utworzonych w oparciu o fragment sygnałów z zakresu 3484/4628 iteracji FD-TD. Wartości współczynników rozwinięcia sygnałów w ciągi tłumionych funkcji wykładniczych zostały wyznaczone w oparciu o fragmenty przebiegów z zakresu 3300/4175próbek. Współczynnik decymacji ciągów czasowych ustalono na k=25. Oszacowany, w oparciu o zmodyfikowane kryteria statystyczne, rząd modelu to 6. Kwadrat normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi częstotliwościowej układu wyniós
ł $6.4\cdot10^{-7}$. Zastosowanie modelowania sygnałów czasowych pozwoliło na 6-krotna redukcję czasu analizy struktury metodą FD-TD.

Struktura 3.9 (Rys. 3.4.1, 3.4.2) Dolnoprzepustowy filtr mikropaskowy. Topologia filtru oraz wymiary geometryczne struktury zilustrowano na rysunku 3.4.3. Analiza obwodu została wykonana w trzech wymiarach przy gęstości siatki $100 \times 80 \times 20$, $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.2$ mm oraz kroku czasowym ograniczonym przez warunek numerycznej stabilności $\Delta t = 0.57 ps$. Obwód pobudzany był impulsem o ograniczonym widmie z zakresu 0-20 GHz. Odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości została wyznaczona z wykorzystaniem modeli ciągów czasowych. Wartości współczynników rozwinięcia sygnałów w ciągi tłumionych funkcji harmonicznych obliczono w oparciu o fragmenty przebiegów z zakresu 1120/1620 próbek. Współczynnik decymacji przebiegów czasowych ustalono na k=33. Oszacowany, w oparciu o zmodyfikowane kryteria statystyczne, rząd modelu to 10. Kwadrat normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi częstotliwościowej układu wyniósł $1.4 \cdot 10^{-6}$. Zastosowanie modelowania sygnałów czasowych pozwoliło na 2-krotną redukcję czasu analizy struktury metodą FD-TD.

Struktura 3.10 (Rys. 3.4.3, 3.4.4) Dwurodzajowy, pasmowo-przepustowy cylindryczny filtr falowodowy. Analiza obwodu została wykonana w trzech wymiarach przy gęstości siatki 121 × 26 × 35, $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.5$ mm (skorzystano z symetrii układu w dwóch płaszczyznach) oraz kroku czasowym $\Delta t = 0.8ps$. Obwód pobudzany był sygnałem o widmie z zakresu 14 – 16 GHz. Odpowiedź układu w dziedzinie częstotliwości została wyznaczona z wykorzystaniem modeli ciągów czasowych. Wartości parametrów modeli obliczono w oparciu o fragmenty przebiegów z zakresu 2580/10740 próbek. Współczynnik decymacji przebiegów czasowych ustalono na k=26. Rząd modelu oszacowany w oparciu o zmodyfikowane kryteria statystyczne, wyniósł 6. Ponieważ analizowana struktura to filtr dwurodzajowym stopień jego złożoności powinien wynieść 4. Ze względu jednak na szersze pasmo pobudzenia układu, rząd modelu został powiększony o składową częstotliwościową f = 15.948 GHz. Kwadrat normy błędu aproksymacji modelowanej odpowiedzi częstotliwościowej obwodu wyniósł 6.4 · 10⁻⁷. Zastosowanie modelowania sygnałów czasowych pozwoliło na 7-krotna redukcję czasu analizy struktury metodą FD-TD.

Rozdział 4

Dobroć układów mikrofalowych

Współczynnik dobroci (Q) jest obok częstotliwości własnej¹ jednym z podstawowych parametrów charakteryzujących obwody rezonansowe. Rezonatory dielektryczne, wnęki rezonansowe oraz struktury otwarte stanowią elementy składowe wielu współczesnych układów wysokiej częstotliwości (w.cz.). Do wspomnianej grupy należą między innymi filtry mikrofalowe [44, 65, 99], układy stabilizujące oscylatory [134] oraz systemy pomiarowe właściwe dla precyzyjnego wyznaczania wartości zespolonej przenikalności dielektrycznej materiałów stosowanych w technice w.cz. [67, 68, 86].

Pasywne układy filtrujące, pracujące w zakresie wysokich częstotliwości można podzielić na dwie zasadnicze klasy, mianowicie obwody planarne oraz struktury falowodowe. Układy planarne charakteryzują się stosunkowo szerokopasmową odpowiedzią oraz znaczną wartością start wtrąceniowych. Wspomniane właściwości są konsekwencją, przede wszystkim, niskiej wartości dobroci obwodów rezonansowych wchodzących w skład układów. W ogólności, straty w zakresie pasma przepustowego struktur filtrujących są odwrotnie proporcjonalne do szerokości pasma przenoszenia i wartości współczynnika dobroci oraz proporcjonalne do liczby obwodów rezonansowych tworzących układ [64,65]. Podwyższając zatem dobroć poszczególnych obwodów rezonansowych stanowiących części składowe struktury filtrującej można ograniczyć poziom strat wtrąceniowych. Intensywny rozwój technologii nadprzewodników wysokotemperaturowych pozwolił w ostatnim czasie w dużym zakresie skompensować straty w filtrach planarnych oraz doprowadzić do znacznej redukcji wymiarów struktur przez zwiększenie dobroci obwodów rezonansowych [39,59,95].

W konstrukcji filtrów falowodowych szeroko wykorzystywane są małostratne rezonatory ceramiczne o wysokiej wartości przenikalności dielektrycznej. Taka budowa układu umożliwia uzyskanie bardzo dużej wartości współczynnika dobroci elementów rezonujących. Duża dobroć jest konsekwencją znacznej koncentracji pola w materiale dielektrycznym, którego stratność, w takiej konfiguracji, determinuje wartość parametru Q. Zastosowanie małostratnych rezonatorów dielektrycznych pozwala na ograniczenie strat wtrąceniowych oraz znaczącą redukcję wymiarów układu w stosunku do obwodów złożonych jedynie z

 $^{^1{\}rm W}$ ramach niniejszego rozdziału określenia częstotliwość własna oraz częstotliwość rezonansowa używane są zamiennie. W ogólności, obie wielkości mogą się różnić, jednak powyższe zagadnienie wykracza poza zakres rozprawy.

wnęk rezonansowych. Również w przypadku filtrów falowodowych stosowane są materiały nadprzewodzące, lecz nie tyle celem redukcji strat wtrąceniowych, ale przede wszystkim zmniejszenia wymiarów fizycznych układów. Analogiczne jak w przypadku struktur planarnych, osiąga się to kosztem zwiększania wartości współczynnika dobroci rezonatorów tworzących obwód.

Wartość współczynnika dobroci oraz częstotliwość własna rezonatora nie zależą jedynie od właściwości materiału dielektrycznego oraz wymiarów struktury, ale również od rodzaju pola, z jakim układ pracuje. Na przykład w celu skonstruowania falowodowego małostratnego filtru pasmowo-przepustowego dużej mocy wymagane jest zastosowanie rezonatorów dielektrycznych dużej dobroci oraz wykorzystanie rodzaju pól TE_{01δ}, EH_{11δ}, HE_{11δ} lub TM_{01δ}. Dlatego bardzo ważna jest możliwość właściwego wyznaczenia częstotliwości rezonansowej oraz wartości współczynnika dobroci nieobciążonej dla każdego z rodzajów.

Jak można zauważyć współczynnik dobroci jest bardzo ważnym parametrem obwodów wysokiej częstotliwości, niemniej jest on trudny do wyznaczenia w sposób analityczny szczególnie w przypadku, gdy analizowany układ posiada złożoną trójwymiarową geometrię. Fakt ten jest konsekwencją zazwyczaj niemożności znalezienia matematycznego opisu rozkładu pól w strukturze.

Wartość współczynnika dobroci może być oszacowania w oparciu szeregu numerycznych metod analizy układów. Szczególnie atrakcyjną dla wspomnianego zagadnienia wydaje się metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu, która pozwala na określenie wartości parametru Q dla bardzo szerokiej klasy rezonatorów, w tym struktur otwartych. Oczywiście podstawowa wadą techniki, podobnie jak w przypadku analizy struktur filtrujących dużej dobroci, jest wymagany długi czas symulacji rezonatorów. Niemniej efektywność oszacowania wartości współczynnika dobroci może być poprawiona przez wprowadzenie modelowania sygnałów czasowych zarejestrowanych w porcie struktury.

W niniejszym rozdziale przedstawionych zostanie szereg technik obliczania współczynnika dobroci obwodów mikrofalowych, przy założeniu modelowania pełnofalowego układów metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu. Efektywność poszczególnych technik zostanie zilustrowania zarówno na przykładach rezonatorów o kształcie prostokątnym jak i osiowo-symetrycznych. W ostatnim przypadku w analizie układów zostanie wykorzystane dwuwymiarowe sformułowanie FD-TD w cylindrycznym układzie współrzędnych.

4.1 Dobroć rezonatorów–podstawowe definicje

W celu ułatwienia dyskusji problemów poruszanych w dalszej części niniejszego rozdziału konieczne jest przypomnienie podstawowych wielkości związanych z dobrocią rezonatorów mikrofalowych².

Ogólna definicja współczynnika dobroci, właściwa dla wszystkich obwodów rezonansowych

²Dodatkowe informacje zostały umieszczone w dodatku B.

wysokiej częstotliwości, wyraża się zależnością

$$Q = \omega_0 \frac{W}{P} \tag{4.1.1}$$

gdzie ω_0 jest częstotliwością kątową układu, W jest energią zgromadzoną w obwodzie, natomiast P średnią mocą traconą w strukturze. Przy założeniu, iż rozkład przestrzenny pól jest identyczny zarówno dla układów stratnych i bezstratnych, wartość współczynnika dobroci nieobciążonej może być wyznaczona w oparciu o równanie

$$Q_u^{-1} = Q_d^{-1} + Q_c^{-1} \tag{4.1.2}$$

w tym przypadku, dobroć układu, dla danego rodzaju pola wzbudzonego w obwodzie, determinują straty dielektryczne (Q_d) oraz przewodzenia (Q_c) . Straty dielektryczne są ilościowo określone przez wartość tangensa kąta stratności $(tg(\delta))$, stąd parametr Q_d dany jest zależnością

$$Q_d^{-1} = \operatorname{tg}(\delta)p_e \tag{4.1.3}$$

gdzie p_e jest współczynnikiem wypełnienia energią elektryczną (ang. electric energy filling factor). Wartość czynnika Q_c jest konsekwencją strat wynikających ze skończonej przewodności σ (niezerowej rezystancji powierzchniowej R_s) materiału, z jakiego wykonany jest obwód. Stąd parametr Q_c dany jest równaniem

$$Q_c^{-1} = R_s G^{-1} \tag{4.1.4}$$

gdzie G jest współczynnikiem geometrycznym (ang. geometric factor).

Współczynniki, geometryczny oraz wypełnienia energią elektryczną, zdefiniowane są zależnościami

$$G = \omega_0 \frac{\iiint_V \mu_0 |H|^2 dV}{\iint_S |H_t|^2 dS}$$
(4.1.5)

gdzie H_t określa pole magnetyczne styczne do ścianek obwodu o powierzchni S.

$$p_e = \frac{W_d}{W} = \frac{\iiint_{V_d} \varepsilon_r |E|^2 dV}{\iiint_V \varepsilon_r(V) |E|^2 dV}$$
(4.1.6)

gdzie W_d jest energią zgromadzoną w dielektryku, W jest całkowitą energią zgromadzoną w rezonatorze, ε_r jest względną przenikalności elektryczną elementu dielektrycznego, a $\varepsilon(V)$ jest przestrzennym rozkładem wartości względnej przenikalności dielektrycznej w układzie.

Z zależności definiującej współczynniki dobroci wynika, iż wartość parametru zdeterminowania jest wielkością energii zgromadzonej w układzie, oraz energii traconej w okresie drgań obwodu. W ogólności utrata energii może być nie tylko konsekwencją właściwości materiałów, z których wykonana jest struktura, ale również skutkiem jej wypromieniowania, w przypadku rezonatorów otwartych, lub zewnętrznego odprzężenia. W pierwszym przypadku w równaniach (4.1.2) musi być uwzględniony dodatkowy czynniki określający wartość dobroci struktury wynikającą z wypromieniowania energii. W drugim przypadku dobroć układu określana jest mianem dobroć obciążonej i definiowana jako

$$Q_l^{-1} = Q_u^{-1} + Q_a^{-1} (4.1.7)$$

gdzie Q_a jest współczynnikiem dobroci, którego wartość zdeterminowana jest obecnością apertury odsprzęgającej energię zgromadzoną w układzie.

4.2 Metody numeryczne wyznaczania współczynnika dobroci układów mikrofalowych.

Zazwyczaj wartości współczynnika dobroci układów mikrofalowych, a zwłaszcza rezonatorów wysokiej częstotliwości, wyznacza się stosując metody numeryczne operujące w dziedzinie częstotliwości. Do najpopularniejszych należą metoda dopasowania pól [75], Rayleigh-Ritza [87], elementów skończonych [135] oraz różnic skończonych [130]. Zastosowanie wspomnianych technik prowadzi, w większości przypadków, do sformułowania problemu własnego, którego rozwiązanie stanowią wartości własne, odpowiadające częstotliwościom rezonansowym układu oraz wektory własne, opisujące rozkład przestrzenny pól w strukturze. W oparciu o otrzymane rozkłady możliwe jest, w drodze bezpośredniego całkowania pól, obliczenie wartości współczynników geometrycznego oraz wypełnienia i tym samym wyznaczenie dobroci analizowanych układów. Wspomniane wielkości mogą być również określone w oparciu o teorię perturbacji. Wówczas zaburzenie wymiarów elementu dielektrycznego umożliwia wyznaczenie wartości współczynnika p_e [57,74]. Wielkość G, natomiast obliczana jest z zasady przyrostu częstotliwości wynikającej z odpowiedniej zmiany wymiarów geometrycznych analizowanej struktury [71]. Alternatywna metodą dochodzenia do wartości współczynnika dobroci jest wprowadzenie częstotliwości zespolonej do równania charakterystycznego odpowiednio sformułowanego zagadnienia brzegowego. Rozwiązanie problemu własnego stanowi wówczas częstotliwość własna oraz pośrednio wartość współczynnika dobroci układu [74, 100].

Wyznaczenie wartości współczynnika geometrycznego oraz współczynnika wypełnienia w oparciu o wartości pól, scałkowane w odpowiednich obszarach, możliwe jest również przy zastosowaniu metod analizy obwodów w dziedzinie czasu, jednak zazwyczaj wymaga to wykonania dodatkowych operacji w celu przeniesienia otrzymanego rozwiązania z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości [136, 137].

Przy analizie czasowej możliwe jest także inne podejście, niespotykane w metodach częstotliwościowych. Można bowiem pokazać, że jeżeli sygnał zarejestrowany w porcie analizowanego układu ma postać

$$a(t) = A_0 e^{-\sigma t} \cos(\omega_0 t) \tag{4.2.1}$$

to współczynnik dobroci obciążonej spełnia zależności³

$$Q = \omega_0 / 2\sigma \tag{4.2.2}$$

Wielkości ω oraz σ mogą być oszacowane w drodze modelowania sygnału czasowego, przy użyciu technik cyfrowego przetwarzania sygnałów [110]. Własność (4.2.2), pośrednio, pozwala również na obliczenie wartości współczynnika dobroci, w oparciu o splot odpowiedzi czasowej układu, pobudzonego sygnałem harmonicznym o częstotliwości rezonansowej, z zespoloną funkcją wykładniczą [66].

Alternatywnym podejściem, umożliwiającym wyznaczenie wartości współczynnika dobroci na podstawie wyników analizy czasowej, jest wykorzystanie modelu sygnału celem sztucznego wydłużenia odpowiedzi układu [50] [41]. Wartość dobroć obliczana jest następnie na podstawie szerokości pasma 3 dB charakterystyki rezonansowej obwodu, otrzymanej w drodze szybkiej transformaty Fouriera (FFT) odtworzonego, a posteriori, sygnału czasowego. Zastosowanie techniki ekstrapolacji odpowiedzi czasowej układu, na podstawie modelu matematycznego służy zwiększeniu rozdzielczości charakterystyki częstotliwościowej analizowanej struktury. W ogólności zastosowanie szybkiej transformaty Fouriera, powoduje, że N/2 wartości widma sygnału rozłożonych jest równomiernie w bardzo szerokim pasmie częstotliwości, mianowicie w zakresie od 0 do $1/(2\Delta t)$, gdzie Δt jest krokiem czasowym określonym przez warunek numerycznej stabilności metody FD-TD. Stąd rozdzielczość charakterystyki częstotliwościowej wynosi $\Delta f = 1/(N\Delta t)$, gdzie Njest długością ciągu czasowego zarejestrowanego w porcie układu. Wydłużenie przebiegu czasowego zwiększa więc rozdzielczość charakterystyki.

Opisane podejście jest stosunkowo kosztowne numerycznie, bowiem w celu uzyskania dużej rozdzielczości charakterystyki w dziedzinie częstotliwości wymagane jest obliczanie FFT w oparciu o bardzo długi ciąg czasowy. Z tego powodu metoda nie będzie dalej dyskutowana. Natomiast techniki całkowania pól oraz efektywnego wykorzystania modelu czasowego zostaną omówione bardziej szczegółowo.

4.2.1 Metoda perturbacyjna z całkowaniem rozkładu pola

Dla małostratych układów, słabo sprzężonych ze źródłem i obciążeniem, wartość współczynnika dobroci może być obliczona przez bezpośrednie scałkowanie rozkładu pola danego rodzaju⁴, a więc w oparciu o zależności podane w punkcie 4.1.

Metoda wymaga dwukrotnej symulacji układu. W pierwszej kolejności struktura rezonatora pobudzana jest impulsem szerokopasmowym, co umożliwia wyznaczenie częstotliwości rezonansowej obwodu. Następnie, w celu znalezienia rozkładu przestrzennego pola układ pobudzany jest sygnałem harmonicznym o częstotliwości określonej w pierwszym

 $^{^3{\}rm W}$ przypadku analizy układów odseparowanych, w których energia nie jest zewnętrznie odsprzęgana lub wypromieniowana zależność opisuje wartość współczynnika dobroci nieobciążonej.

⁴Metoda określana jest w części literatury tematu mianem metody perturbacyjnej [136,137] i takie nazewnictwo zastosowano również w ramach niniejszej rozprawy. Wartość współczynnika dobroci może być jednak również wyznaczona w oparciu o teorię perturbacji [71,74], co prowadzi do pewnej dwuznaczności.

etapie procesu. Koleją fazą jest bezpośrednie scałkowanie odpowiednich wielkości, co można wykonać na dwa sposoby, mianowicie całkując rozkład pól w dziedzinie częstotliwości [136,137] lub w dziedzinie czasu [27].

4.2.1.1 Całkowanie w dziedzinie częstotliwości

Przy podejściu zaproponowanym w [136,137] rozkład przestrzenny danego rodzaju w analizowanej strukturze obliczany jest w drodze bezpośredniej transformaty Fouriera przebiegów czasowych zarejestrowanych w każdym punkcie siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową. Istotnym jest, aby impuls pobudzający był w trakcie symulacji układu stopniowo wytłumiany, tak aby obecność źródła nie powodowała degeneracji uzyskanego rozkładu pola. W przeciwnym wypadku potencjalnie powstała deformacja uniemożliwi prawidłową ocenę wartości współczynnika dobroci⁵.

Zaletą bezpośredniego całkowania pól jest możliwość określenia wartości współczynników dobroci, wynikających ze stratności poszczególnych elementów składowych rezonatora, w jednym cyklu analizy. Innymi słowy, w ramach pojedynczej symulacji struktury, określając wartości współczynników geometrycznego (G) oraz wypełnienia (p_e), przez scałkowanie pól w odpowiednich obszarach struktury, możliwe jest rozdzielenie wartości współczynnika dobroci na czynniki, których wartość wynika ze stratności poszczególnych elementów dielektrycznych oraz skończonej przewodności każdego z elementów z osobna.

Z zależności (4.1.2) oraz (4.1.5) i (4.1.6) wynika, iż w celu wyznaczenia wartości współczynnika dobroci analizowanej struktury w oparciu o rozkład przestrzenny pola danego rodzaju, wystarczy określić wartości współczynnika geometrycznego oraz współczynnika wypełnienia. Straty wynikające ze skończonej przewodności elementów metalowych czy niezerowej wartości tangensa kąta stratności dla elementów dielektrycznych, można uwzględnić a posteriori, po zakończeniu analizy układu oraz wyznaczeniu wspomnianych wyżej wielkości. Przy poczynionym na wstępie założeniu, iż rozkład przestrzenny pól jest identyczny dla struktur stratnych oraz bezstratnych, wielkości G oraz p_e mogą być wyznaczone dla układu bezstratnego. W tej sytuacji nie jest konieczna implementacja impedancyjnych warunków brzegowych, czy uwzględnianie obecności ośrodków stratnych wewnątrz analizowanego obwodu.

Ponieważ w celu wyznaczenia dobroci metodą perturbacyjną wymaganie jest numeryczne obliczenie całek, gęstość siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniową, a wiec liczba punktów całkowania, ma zasadnicze znaczenie dla dokładności obliczeń. Okazuje się, że zwiększenie, w pewnym zakresie, precyzji metody nie wymaga ingerencji w sam algorytm FD-TD. Wystarczy jedynie zwiększyć liczbę punktów całkowania numerycznego przez interpolację uzyskanego rozkładu przestrzennego pola⁶. Stopniowe zwiększanie gęstości

 $^{^5 {\}rm Rozwiązanie}$ zagadnienia, bazujące na wytracaniu energii źródła poprzez stopniową zmianę jego impedancji, zaproponowano w [24].

 $^{^{6}}$ W ogólności rozkład przestrzenny pól interpolowany jest wielomianami wyższego rzędu, bowiem interpolacja liniowa równoznaczna jest zastosowaniu numerycznej metody całkowania, określanej mianem metody trapezów.

siatki a posteriori powoduje, że obliczony współczynnik dobroci dąży do wartości bliskiej wielkości rzeczywistej.

Na wykresie 4.2.1 przedstawiono zmianę wartości współczynnika dobroci rezonatora prostokatnego, w przypadku, gdy siatka dyskretyzująca przestrzeń obliczeniowa zageszczana jest N-krotnie. Układ o długości, szerokości oraz wysokości, odpowiednio, $23 \times 23 \times 10$ mm analizowano w trzech wymiarach, przy wstępnej gęstości siatki Yee $16 \times 16 \times 16$ oczek. Wartości analityczna parametru $Q\delta/\lambda_0$, gdzie δ jest głębokością wnikania, λ_0 długością fali w próżni, wyznaczona w oparciu o zależność (B.1.7), wynosi 0.1644. Błąd oszacowania wartości $Q\delta/\lambda_0$ przy braku interpolacji, wyniósł 0.4% oraz 0.15%, przy 10-cio krotnym zwiększeniu dyskretyzacji dziedziny obliczeniowej. Analogiczne obliczenia zostały wykonane dla rezonatora cylindrycznego o wymiarach 5×6 mm. Układ analizowany był z wykorzystaniem dwuwymiarowego sformułowania FD-TD w cylindrycznym układzie współrzędnych. Poczatkowy rozmiar siatki Yee wynosił 10×10 . Wykres 4.2.2 ilustruje zmiane wartości współczynnika dobroci w funkcji krotności zagęszczenia dziedziny obliczeniowej. Wielkość $Q\delta/\lambda_0$, wyznaczona w oparciu o zależności (B.2.10), jest równa 0.2088. Wartość błędu oszacowania parametru $Q\delta/\lambda_0$, przy braku interpolacji rozkładu przestrzennego pół, wyniosła 2.2%, natomiast po 20-krotnym zagęszczeniu siatki błąd maleje do poziomu 0.5%.



Rys. 4.2.1: Zmiana dobroci rezonatora prostokątnego przy ${\cal N}$ krotnym zagęszczeniu siatki.

Rys. 4.2.2: Zmiana dobroci rezonatora cylindrycznego przy Nkrotnym zagęszczeniu siatki.

4.2.1.2 Całkowanie w dziedzinie czasu

W przedstawionej powyżej metodzie perturbacyjnej dokonuje się transformacji rozkładu ewoluujących w czasie pól do dziedziny częstotliwości. Alternatywną techniką jest metoda perturbacyjna w dziedzinie czasu [27]. W przeciwieństwie do wcześniej opisanej techniki, w metodzie czasowej nie wyznacza się rozkładu przestrzennego pola, przez obliczenie jego transformat Fouriera w każdym punkcie dyskretyzacji dziedziny obliczeniowej, ale bezpośrednio całkuje się pola w odpowiednich obszarach, w kolejnych chwilach czasu. Następnie oblicza się maksymalne i minimalne wartości całek w przedziale czasowym wyznaczonym przez okres częstotliwości sygnału pobudzającego. Wartość dobroci układu, wynikającą z niezerowej rezystancji powierzchniowej elementów składowych układu rezonansowego, wyznacza się z zależności

$$Q_c = \frac{\omega_0}{R_s} \frac{0.5(W_{max} + W_{min})}{0.5(P_{max} + P_{min})}$$
(4.2.3)

gdzie

$$W(t) = \iiint_{V} \mu_0 |H(x, y, z, t)|^2 dV$$
(4.2.4)

oraz

$$P(t) = \iint_{S} |H_t(x, y, z, t)|^2 \ dS$$
(4.2.5)

W sposób analogiczny określa się wartości współczynnika dobroci w przypadku stratności elementów dielektrycznych, które zawiera struktura.

Podobnie jak w przypadku zastosowania metody perturbacyjnej w dziedzinie częstotliwości, również w dziedzinie czasu można zastosować interpolację rozkładu pól. Podejście takie, mimo iż zwiększa dokładność obliczeń, dla metody czasowej jest znacznie kosztowniejsze numerycznie, bowiem interpolacja odbywa się w kolejnych chwilach czasu, lub co pewną liczbę iteracji metody FD-TD, co znacznie spowalnia całość symulacji.

Należy podkreślić, iż metoda perturbacyjna zarówno w dziedzinie częstotliwości, jak i czasu pozwala wyznaczyć jedynie wartość dobroci nieobciążonej.

4.2.2 Metoda obliczania współczynnika dobroci przez splot sygnału czasowego z zespoloną funkcją wykładniczą

Stosunkowo dokładną metodę oszacowania wartości współczynnika dobroci obciążonej w oparciu o odpowiedź czasową układu pobudzonego sygnałem harmonicznym o częstotliwości rezonansowej, zaproponował Iida [66]. Technika wykorzystuje splot zarejestrowanego przebiegu czasowego z zespoloną funkcją wykładniczą. Punktem wyjścia dla wyznaczenia wartości parametru Q jest przyjęcie najprostszego modelu sygnału czasowego, odpowiadającego przebiegowi napięcia lub prądu w obwodzie RLC, rezonującym na częstotliwości kątowej ω_0 . W stanie ustalonym odpowiedź układu opisuje funkcja (4.2.1). Współczynnik tłumienia σ , a tym samym dobroć obwodu może być wyznaczona z chwilą gdy rezonator, pobudzony sygnałem harmonicznym o częstotliwości ω_0 , przejdzie w stan ustalony pracy. W stanie ustalonym energia zgromadzona w rezonatorze E_s oraz moc średnia tracona w układzie P_0 są proporcjonalne do kwadratu amplitudy natężenia pola elektromagnetycznego. Jeżeli analizowany obwód pobudzony zostanie sygnałem harmonicznym o częstotliwości wości rezonansowej układu, to wartość amplitudy pola będzie stopniowo narastać, aż do chwili czasu gdy współczynnik

$$\tau_0 = E_s / P_0 \tag{4.2.6}$$

osiągnie stałą wartość.

Na podstawie wartości τ_0 można wyznaczyć $\sigma = \omega_0/2\tau_0$. Wówczas, zgodnie z równaniem (4.2.2), wartość współczynnika dobroci obciążonej opisana jest zależnością

$$Q = \omega \tau_0 \tag{4.2.7}$$

Jeżeli przyjąć, że $E_s = |A|^2$, gdzie A jest wartością amplitudy pola zarejestrowaną w porcie układu, to wartość τ_0 może być wyznaczona na podstawie równania

$$\tau_0(t) = \frac{-E_s(t)}{\frac{\partial E_s(t)}{\partial t}} \tag{4.2.8}$$

Podstawiając (4.2.8) do (4.2.7) otrzymuje się wartość współczynnika dobroci obciążonej analizowanej struktury.

4.2.2.1 Metoda wyznaczania amplitud pola

Amplituda A pola, niezbędna do obliczenia wartości E_s , wyznaczana jest na podstawie transformaty Fouriera sygnału zarejestrowanego w porcie obwodu, przy czym ciąg danych całkowany jest sukcesywnie w przedziale czasowym określonym przez jeden lub kilka okresów sygnału pobudzającego. Im dłuższy będzie przedział całkowania, tym otrzymana charakterystyka będzie gładsza, ale wymagany czas analizy będzie dłuższy.

Obliczenie amplitudy A może być rozpatrywane również jako splot sygnału czasowego zarejestrowanego w porcie układu, z zespoloną funkcja wykładniczą określoną w przedziale od 0 do T, gdzie T jest wielokrotnością okresu sygnału pobudzającego. Funkcja ma postać

$$f(t) = \begin{cases} e^{-j\omega_0 t} & 0 \le t \le T\\ 0 & 0 > t > T \end{cases}$$
(4.2.9)

Amplituda A stanowi moduł wyniku splatania przebiegów czasowych.

4.2.2.2 Metoda wyznaczania wartości $\partial E_s(t)/\partial t$

Wartość czynnika $\partial E_s(t)/\partial t$, występującego w równaniu (4.2.8), wyznaczana jest jako nachylenie pochodnej wielomianu drugiego stopnia. Współczynniki wielomianu obliczane są przez zastosowanie aproksymacji najmniejszych kwadratów do sygnału $E_s(t)$. Innymi słowy, charakterystyka $E_s(t)$, w kolejnych chwilach czasu t, aproksymowana jest wielomianem drugiego stopnia. Współczynniki funkcji aproksymującej obliczane są natomiast na podstawie wartości $E_s(t)$ z otoczenia danego punktu t_0 , obejmującego swym zakresem kilka lub kilkanaście okresów sygnału pobudzającego.

4.2.2.3 Modyfikacja metody Iidy

Dla struktur o bardzo wysokiej dobroci pofalowanie charakterystyki $E_s(t)$ jest na tyle duże, że wyznaczenie wartości współczynników wielomianu staje się niemożliwe. Aby przezwyciężyć to ograniczenie proponuje się zastosować filtr, lub kaskadę filtrów ruchomej wartości średniej. W takim przypadku składniki wysokoczęstotliwościowe zostaną uśrednione, natomiast składniki niskoczęstotliwościowe pozostaną niezmienione. Odpowiada to wygładzeniu charakterystyki. Opisany efekt zostanie zilustrowany poniżej, jak również przeprowadzony zostanie dowód efektywności metody.

Zakłada się, że odpowiedź układu wysokiej częstotliwości pobudzonego sygnałem sinusoidalnym może być aproksymowania funkcją postaci

$$a(\tau) = A_0 e^{(-\sigma\tau)} \cos(\omega_0 \tau + \phi) \tag{4.2.10}$$

Obliczając transformatę Fouriera sygnału (4.2.10), zawartego w oknie o długościT,zgodnie z zależnością

$$A(t) = \frac{1}{2} A_0 e^{-j\phi} \int_t^{t+T} e^{-[\sigma+j(\omega+\omega_0)\tau]} d\tau + \frac{1}{2} A_0 e^{j\phi} \int_t^{t+T} e^{-[\sigma-j(\omega-\omega_0)\tau]} d\tau$$
(4.2.11)

otrzymuje się wyrażenie

$$A(j\omega,t) = \frac{1}{2} \frac{A_0 e^{-j\phi}}{\sigma + j(\omega + \omega_0)} \left[e^{-[\sigma + j(\omega + \omega_0)]t} - e^{-[\sigma + j(\omega + \omega_0)](t+T)} \right] + \frac{1}{2} \frac{A_0 e^{j\phi}}{\sigma - j(\omega - \omega_0)} \left[e^{-[\sigma - j(\omega - \omega_0)]t} - e^{-[\sigma - j(\omega - \omega_0)](t+T)} \right]$$
(4.2.12)

dla $\omega = \omega_0$

$$A(j\omega,t)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{2} \frac{A_0 e^{-j\phi}}{\sigma + j2\omega_0} \left[1 - e^{-[\sigma+j2\omega_0]T}\right] e^{-[\sigma+j2\omega_0]t} + \frac{1}{2} \frac{A_0 e^{j\phi}}{\sigma} \left[1 - e^{-\sigma T}\right] e^{-\sigma t}$$
(4.2.13)

Przy założeniu, ż
e $\phi=0$ w równaniu (4.2.13), co nie ogranicza ogólności rozważań, zależność (4.2.13) przyjmuje postać

$$A(j\omega,t)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{2}A_0 e^{-\sigma t} \left[\frac{1 - e^{-(\sigma+j2\omega_0)T}}{(\sigma^2 + 4\omega_0^2)^{0.5}} e^{-j\gamma} e^{-j2(\omega_0 t)} + \frac{1 - e^{-\sigma T}}{\sigma}\right]$$
(4.2.14)

gdzie

$$\gamma = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{2\omega_0}{\sigma} \right)$$

Sprowadzając pierwszy czynnik pojawiający się w nawiasach w równaniu (4.2.14) do postaci Eulera, otrzymuje się

$$A(j\omega,t)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{2}A_0 e^{-\sigma t} \left\{ \underbrace{\left[\frac{1-2e^{-\sigma T}\cos(2\omega_0 T) + e^{2\sigma T}}{(\sigma^2 + 4\omega_0^2)}\right]^{0.5}}_{B} e^{-j(\psi+2\omega_0 t)} + \underbrace{\frac{1-e^{-\sigma T}}{C}}_{C} \right\}$$
(4.2.15)

gdzie

$$\psi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\sin(2\omega_0 T)}{1 - e^{-\sigma T} \cos(2\omega_0 T)} \right) - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{2\omega_0}{\sigma} \right)$$

Zastępując odpowiednie czynniki w równaniu (4.2.15) symbolami B oraz C dostajemy

$$A(j\omega,t)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{2} A_0 e^{-\sigma t} \left[B e^{-j(\psi+2\omega_0 t)} + C \right]$$
(4.2.16)

Po zamianie czynnika w nawiasie w równaniu (4.2.16) na postać moduł-faza powyższa zależność przybiera formę

$$A(j\omega,t)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{2}A_0 e^{-\sigma t} \left(C^2 + 2BC\cos(\psi + 2\omega_0 t) + B^2\right)^{0.5} e^{-j\theta}$$
(4.2.17)

gdzie

$$\theta = \arctan\left(\frac{B\sin(\psi + 2\omega_0 t)}{C + B\cos(\psi + 2\omega_0 t)}\right)$$

Pamiętając, że energia sygnału zmagazynowanego w rezonatorze jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy pola otrzymuje się

$$\left|A(j\omega,t)\right|_{\omega=\omega_0}\right|^2 = \frac{1}{4}A_0^2(C^2 + B^2)e^{-2\sigma t} + \frac{1}{4}A_0^2BCe^{-2\sigma t}\cos(\psi + 2\omega_0 t)$$
(4.2.18)

W wyniku filtracji sygnału (4.2.18) składowa zawierająca $\cos(\cdot)$ zostaje odrzucona. Pozostaje jedynie pierwszy czynnik równania (4.2.18)

$$\left|A(j\omega,t)\right|_{\omega=\omega_0}\right|^2 = \frac{1}{4}A_0^2(C^2 + B^2)e^{-2\sigma t}$$
(4.2.19)

Charakterystyka transformaty Fouriera, obliczona na podstawie sygnału zawartego w oknie o długości T, oraz jej postać po filtracji filtrem ruchomej wartości średniej, jest przestawiona na rysunku 4.2.3.



Rysunek 4.2.3: Transformata Fouriera sygnału wyjściowego wyznaczona w drodze sukcesywnego całkowania ciągu zawartego w oknie o długości T. Przebieg oryginalny (linia przerywana) i po filtracji filtrem ruchomej wartości średniej (linia ciągła).

Pochodna sygnału $A(j\omega,t)$ względem czasu ma postać

$$\frac{\partial \left| A(j\omega,t) \right|_{\omega=\omega_0} \right|^2}{\partial t} = -\frac{1}{4} \frac{1}{2\sigma} A_0^2 (C^2 + B^2) e^{-2\sigma t}$$
(4.2.20)

Rysunek 4.2.4 ilustruje sposób wyznaczenia wartości nachylenia charakterystyki $|A(j\omega, t)|^2$ przez aproksymację krzywej wielomianem stopnia drugiego.



Rys. 4.2.4: Wyznaczanie wielkości $\partial |A(j\omega,t)|^2/\partial t$

Podstawiając zależności (4.2.19) oraz (4.2.20) do równania (4.2.8) otrzymuje się

$$\tau_0 = \frac{1}{2\sigma} \tag{4.2.21}$$

Ostatecznie, wartość dobroci, zgodnie z równaniem (4.2.7) ma postać

$$Q = \omega_0 \tau_0 = \frac{\pi f_0}{\sigma} \tag{4.2.22}$$

Otrzymane wyrażenie definiujące wielkość Q jest zgodne z równaniem 4.2.2.

Jak wspomniano na wstępie, metoda pozwala na określenie wartości dobroci obciążonej analizowanego układu. Niemniej dwukrotna analiza obwodu, przy założeniu kolejno, jego stratności oraz bezstratności, pozwala na wyznaczenie wartości współczynnika dobroci nieobciążonej struktury. Dużą zaletą metody jest jej prostota, bowiem technika przetwarza jedynie sygnał czasowy zarejestrowany w porcie obwodu i nie wymaga skomplikowanego definiowania obszarów całkowania w przestrzeni trójwymiarowej, jak to ma miejsce w przypadku metod perturbacyjnej z całkowaniem w dziedzinie czasu, czy częstotliwości.

4.2.3 Metoda wyznaczania dobroci oparta na modelu sygnału czasowego

Wartość dobroci układów rezonansowych może być również wyznaczona w oparciu o model czasowy sygnału, zarejestrowanego w porcie układu. Pamiętając, że stosowana w ramach niniejszego rozprawy w zagadnieniu modelowania sygnałów czasowych metoda uogólnionego pęku funkcyjnego pozwala na wyznaczenie wartość współczynników szeregu wykładniczo tłumionych funkcji harmonicznych, dobroć obwodu można wyrazić w oparciu o rozszerzoną zależność (4.2.2) postaci

$$Q_i = \frac{\pi f_i}{\sigma_i} \qquad i = 1 \dots K \tag{4.2.23}$$

gdzie f_i , σ_i są, odpowiednio, częstotliwościami składowymi sygnału, oraz współczynnikami tłumienia, K zaś jest rzędem modelu sygnału czasowego.

Z podanej definicji wynika, iż w oparciu o model czasowy sygnału zarejestrowanego w porcie układu, wyznaczając częstotliwości własne rodzajów pól wzbudzonych w strukturze i odpowiadające im wartości tłumienia sygnału czasowego, można określić dobroć obwodu w wielu punkach częstotliwościowych równocześnie, to jest podczas jednokrotnej symulacji struktury. Oczywiście liczba wzbudzonych rodzajów pól jest zależna od szerokości pasma sygnału pobudzającego oraz od sposobu pobudzenia układu, natomiast liczba wyznaczonych częstotliwości własnych oraz współczynników tłumienia, zależy dodatkowo od przyjętego rzędu modelu. W celu uzyskania dużej dokładności oszacowania wartości współczynników dobroci, liczba dominujących składowych częstotliwościowych, zawarta w sygnale, powinna być równa stopniowi złożoności modelu. Innymi słowy, prawidłowa ocena rzędu modelu gwarantuje dużą dokładność wyznaczenia wartości parametrów Q_i .

4.2.3.1 Specyfika modelowania odpowiedzi czasowych rezonatorów dużej dobroci

W celu wyznaczenia wartości współczynników dobroci z dużą dokładnością w oparciu o model sygnału czasowego, należy, analogicznie jak w przypadku modelowania struktur filtrujących, wyznaczyć szereg pomocniczych parametrów modelu, mianowicie początek i koniec ciągu, w oparciu o który model będzie konstruowany, odpowiedni współczynnik decymacji sygnału czasowego oraz rząd modelu. Zarówno współczynnik decymacji oraz rząd modelu powinny być określane w oparciu o kryteria zdefiniowane w rozdziale 3. Natomiast kryterium energetyczne, służące selekcji fragmentu ciągu czasowego stanowiącego podstawę konstrukcji modelu, nie może być zastosowane bezpośrednio, bowiem w przypadku rezonatorów o bardzo dużej wartości współczynnika dobroci energia zanika znaczniej wolniej, niż ma to zazwyczaj miejsce w przypadku struktur filtrujących. Należy przypomnieć, że w przypadku filtrów, zarówno początek jak i koniec ciągu uczącego wyznaczane były na podstawie analizy ruchomej wartości średniej energii sygnału. W przypadku rezonatorów wspomniana funkcja służy jedynie do ustalenia położenia pierwszej próbki ciągu. Z chwilą pobudzeniu rezonatora impulsem energia narasta do pewnego poziomu, po czym zaczyna maleć wskutek strat występujących w układzie, wypromieniowania lub zewnętrznego jej odsprzężenia. Wspomniany moment określa początek ciągu uczącego. Koniec przebiegu, a zarazem kryterium przerwania symulacji wyznaczany jest na podstawie widma sygnału pobudzającego. Ciąg uczący powinien obejmować co najmniej kilka okresów drgań impulsu pobudzającego. Zgodnie z tym założeniem przyjęto, że długość ciągu uczącego jest wielokrotnością wyrażenia $1/(\Delta t f_{min})$, gdzie f_{min} jest minimalną wartością definiującą zakres pasma sygnału pobudzającego.

4.2.3.2 Algortym modelowania odpowiedzi czasowych rezonatorów

Proces wyznaczana wartości współczynnika dobroci w oparciu o model czasowy sygnału zarejestrowanego w porcie analizowanego obwodu rezonansowego odbywa się w następujących etapach

- Wraz z rozpoczęciem symulacji układu metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu sukcesywnie obliczana jest ruchoma wartość średnia energii sygnału rejestrowanego w porcie obwodu.
- Gdy średnia ruchoma energia sygnału osiągnie wartość maksymalną i zacznie zanikać wskutek stratności układu, wypromieniowania energii lub zewnętrznego jej odprzężenia, rejestrowana jest chwila czasu, a więc i odpowiadająca jej liczba iteracji FD-TD, definiująca początek ciągu uczącego.
- Symulacja układu jest przerywana po kolejnym wykonaniu liczby iteracji odpowiadającej kilkunastu lub kilkudziesięciu okresom sygnału pobudzającego.
- Konstrukcja modelu sygnału czasowego zarejestrowanego w porcie obwodu rezonansowego o bardzo dużej dobroci przebiega od tej chwili analogicznie jak procedura opisana w rozdziale 3, mianowicie
- Okres próbkowania sygnału czasowego jest wydłużany k-krotnie zgodnie z zależnością (3.2.1).
- W celu wyeliminowania efektu zniekształcenia końcowych fragmentów ciągu czasowego, będącego konsekwencją filtracji dolnoprzepustowej decymowanego sygnału, budowany jest model pośredni. Rząd modelu określany jest w oparciu o zmodyfikowane kryteria AIC oraz MDL.
- Ciąg czasowy zarejestrowany w porcie układu podczas symulacji wydłużany jest a posteriori w oparciu o utworzony model matematyczny.
- Na podstawie uzupełnionego przebiegu czasowego konstruowany jest model właściwy. Rząd modelu jest wybierany na podstawie wartości zmodyfikowanych statystyk AIC oraz MDL.
- Bieguny P_i , gdzie i = 1...K, modelu pozwalają wyznaczyć, w oparciu o zależność (2.1.4), częstotliwości własne kolejnych rodzajów wzbudzonych w strukturze oraz współczynniki tłumienia sygnału czasowego, czyli pośrednio, na podstawie zależności (4.2.23), wartości współczynników dobroci.

4.2.3.3 Zalety i wady określania wartości współczynnika dobroci układu o oparicu o jego model czasowy

W oparciu o model sygnału czasowego można wyznaczyć wartość współczynnika dobroci obciążonej układu. Jednak w drodze dwukrotnej symulacji obwodu, mianowicie struktury stratnej i bezstratnej można, korzystając z zależność

$$Q_u^{-1} = Q_l^{-1} - Q_a^{-1} (4.2.24)$$

obliczyć nieobciążoną wartość parametru. Analogicznie, przez wielokrotna analizę układu, można określić wartości Q wynikające ze strat przewodzenia, dielektrycznych, a wiec wielkości Q_c oraz Q_d . Jedną z zalet metody jest możliwość wyznaczenia wartości parametru, stanowiącej konsekwencją wypromieniowania energii w rezonatorach otwartych. Dodatkowo metoda umożliwia równoczesne obliczenie częstotliwości rezonansowej obwodu oraz wartości współczynnika dobroci w trakcie stosunkowo krótkiej analizy układu. W przypadku pozostałych metod omawianych w niniejszym rozdziale, w pierwszej kolejności analizowana struktura musi być pobudzona sygnałem szerokopasmowym, w celu określenia częstotliwości rezonansowej obwodu. Dopiero znajomość wspomnianej wielkości pozwala na pobudzenie układu sygnałem harmonicznym, a następnie obliczenie dobroci. Wartość parametru Q wyznaczana jest dla każdego rodzaju z osobna. Tak wiec uzyskanie dobroci dla kilku rodzajów pola wiąże się z wielokrotną analizą rezonatora.

4.3 Efektywność wybranych metod wyznaczana wartości współczynnika dobroci

Jako podsumowanie omówionych w niniejszym rozdziale metod obliczania wartości współczynników dobroci w oparciu o analizę układów metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu oraz w celu wzajemnego porównania poszczególnych technik w tabeli 4.3.1 umieszczono ich charakterystykę ze względu na liczbę niezbędnych symulacji celem wyznaczenia różnych wartości współczynnika Q.

Tabela. 4.3.1: Charakterystyka wybranych metod numerycznych wyznaczania wartości współczynnika dobroci ze względu na liczbę niezbędnych symulacji obwodu metoda FD-TD.

	metoda			
cecha	całkowanie w dziedzinie	całkowanie w dziedzinie	splotu z funkcją	model sygnału
	częstotliwości	czasu	wykładniczą	czasowego
liczba symulacji dla				
wyznaczenia wartości			2	1
dobroci obciążonej				
liczba symulacji dla				
wyznaczenie wartości	2	2	3	2
dobroci nieobciążonej				
liczba symulacji dla				
wyznaczenie wartości	2	2	4	3
$Q_d, Q_c, \mathrm{i} Q_u^{-7}$				

Dane umieszczone w tabeli 4.3.1 wymagają kilku słów komentarza. Mimo iż w celu wyznaczenia wartości współczynnika dobroci nieobciążonej (wiersz 2 tabeli 4.3.1) w oparciu o metody perturbacyjną w dziedzinie czasu lub częstotliwości oraz na podstawie współczynników modelu sygnału czasowego liczba symulacji wynosi 2, to czas analizy układu, w każdym z przypadków, znaczne różni się od siebie. Wszystkie techniki, z pominięciem metody modelowania sygnału czasowego, w pierwszej kolejności, wymagają wyznaczenia częstotliwości rezonansowej układu. Ten etap jest zazwyczaj bardzo czasochłonny. W przypadku metod czasowych analizy układów wysokiej dobroci, wymagana liczba iteracji FD-TD, w celu pełnego scharakteryzowania obwodu w dziedzinie częstotliwości, jest zazwyczaj bardzo duża. Metoda oparta na modelu czasowym sygnału zarejestrowanego w porcie układu pozbawiona jest wspomnianej wady. Ostatecznie nawet dla wyznaczenia wartości dobroci złożonej (wiersz 3 tabeli 4.3.1) czas 3-krotnej analizy obwodu, celem oszacowania parametrów Q_d , Q_c , i Q_u przez modelowanie sygnału czasowego, może być krótszy, niż dla metody perturbacyjnej, gdzie wystarczy jedynie 2-krotna symulacja.

4.4 Zastosowanie wybranych metod wyznaczania wartości współczynnika dobroci

Przedstawione w niniejszym rozdziale numeryczne metody określania wartości współczynnika dobroci zostały zastosowane do scharakteryzowania szeregu struktur rezonatorowych zarówno w kartezjańskim, jak i cylindrycznym układach współrzędnych. W przypadku układu współrzędnych prostokątnych symulacji dokonano w trzech wymiarach, natomiast dla układów o symetrii osiowej problem trójwymiarowy zredukowano do problemu dwuwymiarowego przez rozwinięcie pól w kierunku ϕ w szereg Fouriera [30]. W celu uwzględnienia strat w analizowanych strukturach zaimplementowano impedancyjne warunki brzegowe [16, 101, 121, 141, 143], założono przy tym, że właściwości materiałów nie zmieniają

⁷Struktura składa się z stratnego rezonatora dielektrycznego umieszczonego w metalicznej obudowie o niezerowej wartości rezystancji powierzchniowej

się w funkcji częstotliwości. Część obwodów badano wykorzystując własną implementację algorytmu FD-TD. Rezonatory o symetrii osiowej, z elementami dielektrycznymi stanowiące przykłady obwodów o bardzo dużej dobroci zostały przeanalizowane z wykorzystaniem komercyjnego symulatora FD-TD QuickWave-3D [113]. W ogólności program ten pozwala na uwzględnienie zmienności parametrów materiałowych w funkcji częstotliwości, niemniej z tej własności można jedynie skorzystać przy obliczaniu współczynnika dobroci w oparciu o model sygnału czasowego zarejestrowanego w porcie układu, bowiem jedynie w tym przypadku dopuszczalne jest szerokopasmowe pobudzenie układu. Ponadto symulator oblicza dobroć nieobciążoną metodą perturbacyjną z całkowaniem w dziedzinie czasu.

W celu uproszczenia zapisu posłużono się odpowiednimi skrótami (tab. 4.4.1) dla określenia poszczególnych metod numerycznego wyznaczania wartości współczynników dobroci.

skrót	opis
QPF	Metoda perturbacyjna z całkowaniem w dziedzinie częstotliwości
QPT	Metoda perturbacyjna z całkowaniem w dziedzinie czasu
QCV	Splot sygnału zarejestrowanego w porcie układu z zespoloną funkcją wykładniczą (zmodyfikowana metoda Iidy)
QMP	Model sygnału czasowego w postaci szeregu tłumionych wykładniczo funkcji harmonicznych

Tabela. 4.4.1: Skróty nazw metod numerycznych wyznaczania współczynnika dobraci

Przykład 4.1 W pierwszej kolejności wyznaczono wartości parametru Q dla rodzaju TE_{101} rezonatora prostokątnego oraz rodzaju TM_{010} rezonatora cylindrycznego w funkcji rezystancji powierzchniowej materiału, z którego wykonany został układ.

W kartezjańskim układzie współrzędnych wartości współczynników dobroci określono dla struktury o wymiarach a = 23 mm, b = 10 mm, l = 23 mm. Układ analizowano przy rozmiarze siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniowa $46 \times 23 \times 46$ oczek. Wymiary rezonatora cylindrycznego to, odpowiednio, r = 5 mm, h = 6 mm. W tym przypadku układ symulowano z wykorzystaniem dwuwymiarowego sformułowania FD-TD w krzywoliniowym, właściwym dla kształtu struktury, układzie współrzędnych oraz przy rozmiarze siatki dyskretyzującej dziedzinę 50×60 oczek. Częstotliwości rezonansowe obliczono w oparciu o transformatę Fouriera sygnałów zarejestrowanych w portach obwodów oraz współczynniki modeli przebiegów czasowych, rozwijając ciągi w dwuskładnikowe sumy tłumionych wykładniczo funkcji harmonicznych. Oba układy pobudzano sygnałem gaussowskim o widmie, odpowiednio, z zakresu 8.5-9.5 GHz, dla struktury rezonatora prostokątnego, oraz 22.5-23.5 GHz, w przypadku analizy układu cylindrycznego. Uzyskane wartości to, odpowiednio, $f_0 = 9.222$ GHz oraz $f_0 = 22.963$ GHz. Błąd oszacowania częstotliwości rezonansowych w odniesieniu do wielkości teoretycznych wyniósł 0.0123% oraz 0.0061%, odpowiednio dla zagadnienia analizy obwodu w kartezjańskim układzie współrzędnych oraz w układzie cylindrycznym.

W tabelach 4.4.2 i 4.4.3 przedstawiono uzyskane wartości współczynników dobroci nieobciążonej w funkcji rezystancji powierzchniowej R_s , odpowiednio dla struktury prostokątnej oraz osiowo-symetrycznej.

Tabela. 4.4.2: Wartości dobroci dla rodzaju TE_{101} rezonatora prostokątnego.

	$Qu \cdot n_s$			
$R_s \left[\Omega\right]$	QPF	QPT	QCV	QMP
10^{0}	194.863	194.625	194.701	194.845
10^{-1}	194.841	194.770	194.841	194.851
10^{-2}	194.841	194.833	194.841	194.853
10^{-3}	194.841	194.840	194.841	194.854
10^{-4}	194.841	194.841	194.841	194.854
10^{-5}	194.841	194.841	194.841	194.854
10^{-6}	194.841	194.841	194.841	194.853
10^{-7}	194.841	194.841	194.841	194.852
10^{-8}	194.841	194.841	194.841	194.854
10^{-9}	194.841	194.841	194.842	194.855
10^{-10}	194.841	194.841	194.853	194.855

Tabela. 4.4.3: Wartości dobroci dla rodzaju TM_{010} rezonatora cylindrycznego.

	$Q_u \cdot R_s$			
$R_s \ [\Omega]$	QPF	QPT	QCV	QMP
10^{0}	245.971	245.377	245.812	245.956
10^{-1}	245.975	245.283	245.956	245.957
10^{-2}	245.976	245.272	245.957	245.957
10^{-3}	245.976	245.271	245.957	245.950
10^{-4}	245.976	245.271	245.957	245.929
10^{-5}	245.976	245.271	245.957	245.967
10^{-6}	245.976	245.271	245.957	245.973
10^{-7}	245.976	245.271	245.958	245.901
10^{-8}	245.976	245.271	245.962	245.977
10^{-9}	245.976	245.271	245.957	245.928
10^{-10}	245.976	245.271	245.968	245.902

W celu wyznaczenia wartości współczynników dobroci metodami perturbacyjną w dziedzinie częstotliwości i czasu oraz splotu sygnału czasowego z zespoloną funkcją wykładniczą (zmodyfikowaną metodą Iidy) układ symulowano przez okres odpowiadający blisko 30 tysiącom iteracji FD-TD. Modele sygnałów czasowych, uzyskiwane metodą GPOF, utworzono, natomiast w oparciu o fragmenty odpowiedzi układów z zakresu od 6330 do 10830 iteracji FD-TD. Uwzględniając konieczność dwukrotnej symulacji obwodów w przypadku zastosowania metod QPT, QTF, QCV oraz przyjmując iż w celu wiarygodnego oszacowania częstotliwości rezonansowej wymaganych było ponad 150 tys. iteracji FD-TD, można stwierdzić, że w analizowanym przypadku modelowanie przebiegów czasowych pozwala na blisko 18 krotną redukcję czasu obliczeń w celu wyznaczenia wartości współczynnika dobroci.

Z danych umieszczonych w tabelach 4.4.2 i 4.4.3 wynika, iż w szerokim zakresie rezystancji powierzchniowej wartości współczynników dobroci wyznaczone są z błędem nie większym niż, odpowiednio, 0.07% oraz 0.5%, dla struktur rezonatora prostokątnego oraz cylindrycznego, w stosunku do wartości teoretycznych parametru ($Q_r = 194.749$ i $Q_r = 247.254$). Nawet dla rezystancji powierzchniowej rzędu $10^{-10}\Omega$, wykorzystując techniki opisane w niniejszym rozdziale można dokonać wiarygodnego oszacowania wartości parametru. Ponieważ rozkład przestrzenny pól nie jest zależny od strat wynikających ze skończonej przewodności elementów tworzących układ rezonatora wartość współczynnika Q, dla metod perturbacyjnej w dziedzinie czasu i częstotliwości, jest niemal stała w funkcji rezystancji powierzchniowej.

Przykład 4.2 Na rysunkach 4.4.1 i 4.4.2 zilustrowano struktury, odpowiednio, rezonatora prostokątnego sprzężonego indukcyjne z odcinkami falowodów oraz rezonatora cylindrycznego połączonego z portami za pośrednictwem apertur kołowych. W obu przypadkach stratność założono jedynie w obszarze samego rezonatora. Elementy doprowadzające oraz odsprzęgające energię od układu stanowią bezstratne prowadnice falowe.



Rys. 4.4.1: Schemat prostokątnej wnęki rezonansowej sprzężonej indukcyjne (wymiary w mm: $a_1 = 5, a_2 = 23, l_1 = 2, l_2 = 23$).



Tabela. 4.4.4: Wartości współczynników dobroci wnęki rezonansowej sprzężonej indukcyjne zilustrowanej na rysunku 4.4.1 wyznaczone różnymi metodami numerycznymi.

	$Q_u \cdot R_s$	
$R_s[\Omega]$	QCV	QMP
10^{0}	181.321	182.549
10^{-1}	182.840	182.847
10^{-2}	182.803	182.801
10^{-3}	182.804	182.837
10^{-4}	182.761	182.878
10^{-5}	182.739	184.267
10^{-6}	184.791	188.978

Tabela. 4.4.5: Wartości współczynników dobroci wnęki rezonansowej sprzężonej przez apertury kołowe (rys. 4.4.2) wyznaczone różnymi metodami numerycznymi.

	$Q_u \cdot R_s$	
$R_s[\Omega]$	QCV	QMP
10^{0}	241.174	242.880
10^{-1}	246.235	246.332
10^{-2}	246.276	246.372
10^{-3}	246.379	246.264
10^{-4}	246.320	245.298
10^{-5}	254.504	256.668
10^{-6}	262.940	259.261

Rys. 4.4.2: Schemat cylindrycznej wnęki rezonansowej sprzężonej przez aperturę kołową (wymiary w mm: $d_1 = 4, d_2 = 10, l_1 = 2, l_2 = 6$).

Analiza struktury rezonatora prostokątnego została wykonana w trzech wymiarach przy gęstości siatki Yee $114 \times 50 \times 12$ oczek ($\Delta x = 0.5 \text{ mm}, \Delta y = 0.5 \text{ mm}, \Delta z = 1 \text{ mm}$). Odpowiedź rezonatora cylindrycznego wyznaczono natomiast, wykorzystującą dwuwymiarowe sformułowanie metody różnic skończonych w cylindrycznym układzie współrzędnych przy założeniu analitycznego rozwinięcia pól w kierunku ϕ . Gęstości siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową ustalono na 300×61 oczek ($\Delta \rho = \Delta z = 0.1 \text{ mm}$). Częstotliwości rezonansowe układów wyznaczono na dwa sposoby: w oparciu o transformatę Fouriera odpowiedzi czasowych, liczących ponad 50 tysięcy próbek, oraz konstruując modele drugiego rzędu sygnałów zarejestrowanych w portach wyjściowych obwodów. Uzyskano pełną zgodność wyników. Częstotliwości rezonansowe to odpowiednio 9.071 GHz, w przypadku układu osiowosymetrycznego.

Wartości współczynników dobroci nieobciążonej układów w funkcji rezystancji powierzchniowej (tab. 4.4.4 i 4.4.5) wyznaczono stosując metodę splotu odpowiedzi czasowych struktur z zespoloną funkcją wykładniczą oraz w oparciu o współczynniki modeli sygnałów czasowych zarejestrowanych w portach obwodów.

W celu obliczenia wartości współczynników modeli, układy pobudzano sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu 8.5–9.5 GHz, dla struktury rezonatora prostokątnego oraz 22.5–23.5 GHz, dla struktury o symetrii osiowej. Wartości częstotliwości rezonansowych oraz współczynników tłumienia sygnału czasowego wyznaczono na podstawie fragmentów odpowiedzi układów o parametrach zdefiniowanych przez odpowiednio 10650 i 14400 oraz 28320 i 34080 iteracje FD-TD. W przypadku modelowania odpowiedzi rezonatora prostokątnego, okres próbkowania przebiegu zarejestrowanego w porcie obwodu wydłużono 30-krotnie, natomiast kryteria konstrukcji modelu odpowiedzi czasowej rezonatora cylindrycznego wymusiły 96 krotną decymację sygnału. Rzędy modeli wybrano w oparciu o zmodyfikowane statystyki AIC oraz MDL. Ostatecznie ciągi czasowe rozwinięto w dwuelementowe szeregi.

Celem wyznaczenia wartości współczynników dobroci dla układów rezonatora prostokątnego oraz cylindrycznego zmodyfikowaną metodą Iidy struktury analizowanie były przez okres odpowiednio 40 tys. oraz 60 tys. iteracji. Podczas symulacji układów sukcesywnie obliczanie były wartości transformat Fouriera ciągów zawartych w przedziałach o szerokość odpowiadającej 10 okresom sygnału pobudzającego. Wartość pochodnej kwadratu amplitudy A względem czasu wyznaczono w punktach, odpowiednio, $t_0 = 12000$ oraz $t_0 = 32000$, w oparciu o wielomiany aproksymujące drugiego stopnia. Współczynniki wielomianów wyznaczono na podstawie wartości $|A|^2$ z otoczenia punków t_0 , o promieniu 6 okresów sygnałów pobudzających. Dla zwiększenia dokładności obliczeń przebiegi $|A|^2$ poddano, w obu przypadkach, filtracji kaskadą złożoną z 2 filtrów ruchomej wartości średniej o długości okna uśredniającego 1024 próbek.

Otrzymane wartości współczynników dobroci, wyznaczone w oparciu splot odpowiedzi układów z zespoloną funkcją wykładniczą oraz modele przebiegów czasowych wykazują dużą zgodność w przeanalizowanym zakresie rezystancji powierzchniowej (tab. 4.4.4 i 4.4.5).

Przykład 4.3 Na rysunku 4.4.3 zilustrowano strukturę rezonatora pozwalającą na precyzyjne określenie zespolonej wartości przenikalności dielektrycznej próbki materiału w zakresie częstotliwości 1-12 GHz [88]. Układ złożony jest z dwóch dysków dielektrycznych wykonanych z monokryształu YAG ($\varepsilon_r = 10.6$, tg(δ) = 10^{-4} S/m). Wszystkie elementy przewodzące układu pokryte są warstwą materiału o przewodności $\sigma = 6.2 \cdot 10^7$ S/m, natomiast części podtrzymujące dyski dielektryczne stanowią niskostratne polimery. Wpływ suportu na wartość współczynnika dobroci jest pomijalnie mały i nie został uwzględniony w przeprowadzonych obliczeniach.

Pomiar materiałów odbywa się przez umieszczenie próbki między rezonatorami dielektrycznymi. Przestrojenie rezonatora dla rodzaju pola $TE_{01\delta}$ oraz zmiana dobroci układu po umieszczeniu badanej próbki wewnątrz struktury umożliwia określenie wartości względniej przenikalności dielektrycznej oraz tangensa kąta stratności materiału. Wartości dobroci nieobciążonej rezonatora bez elementu badanego dla różnych technik numerycznych wyznaczana parametru podano w tabeli 4.4.6. Analizując dane umieszczone w tabeli można zauważyć, iż otrzymano dużą zgodność wyników.



Rys. 4.4.3: Schemat rezonatora dielektrycznego wykorzystywanego do pomiaru zespolonej przenikalności dielektrycznej materiałów (wymiary w mm: $d_1 = 6.2$, $d_2 = 12.1$, $h_1 = 4.1$, $h_2 =$, $h_3 = 0.5$, $h_4 = 0.515$, $\varepsilon_r = 10.6$, $tg(\delta) = 10^{-4}$).

Tabela. 4.4.6: Wartości współczynników dobroci rezonatora dielektrycznego zilustrowanego na rysunku 4.4.3 obliczone różnymi metodami numerycznymi.

0 0			
Metoda	Q_d	Q_c	Q_u
QPF	11682	16514	6842
ODT	11967 0	16500.0	6720 F
QPI	11307.8	10000.0	0730.5
OCV	11528.0	16191.0	6721.2
QU V	11020.0	10121.0	0121.0
QMP	11528.0	16121.0	6721.4

Układ analizowany był przy wykorzystaniu dwuwymiarowego sformułowania FD-TD w cylindrycznym układzie współrzędnych. Dyskretyzację przestrzeni obliczeniowej ustalono na 43 × 81, $\Delta \rho = \Delta z = 0.1$ mm. Częstotliwość rezonansową struktury, $f_0 = 24.68GHz$, wyznaczono na podstawie bardzo długiej symulacji układu metodą FD-TD oraz w oparciu o model sygnału, zarejestrowanego w dziedzinie czasu w wybranym punkcie wewnątrz obwodu.

Celem wyznaczenia wartości współczynnika dobroci układu w drodze konstrukcji modelu sygnału czasowego, obwód pobudzono impulsem gaussowskim o widmie z zakresu 23 GHz–26 GHz. Wartości współczynników modelu wyznaczono w oparciu o fragment przebiegu czasowego zawartego w przedziale od 6800 do 12200 iteracji FD-TD. Okres próbkowania modelowanego ciągu wydłużono 200-krotnie w stosunku do przebiegu zarejestrowanego podczas symulacji układu. Rząd modelu oszacowano w oparciu o zmodyfikowane statystyki AIC i MDL. Na tej podstawie sygnał czasowy został rozwinięty w 4 składnikowy szereg tłumionych funkcji harmonicznych.

Dla określenia wartości współczynnika dobroci układu w oparciu o splot sygnału zarejestrowanego w porcie obwodu z zespoloną funkcją wykładniczą struktura była pobudzana sygnałem harmonicznym o częstotliwości rezonansowej. Układ symulowano przez 80 tys. iteracji sukcesywnie, w każdej kolejnej kroku czasowym, wyznaczając transformatę Fouriera (A) przebiegów czasowych zawartych w oknie o szerokości $10 \cdot (1/(\Delta t f_0))$. Wartość pochodnej funkcji $|A|^2$ względem czasu została obliczona w chwili $t_0 = 20 \cdot 10^4 \Delta t$ w oparciu o wielomian aproksymujący drugiego stopnia. Współczynniki wielomianu określano rozwiązując nadokreślony układu równań skonstruowany na bazie wartości funkcji $|A|^2$ z otoczenia punktu t_0 o rozpiętości 3 okresów sygnału pobudzającego. W celu ograniczenia niepożądanych oscylacji charakterystyki $|A|^2$ funkcję wygładzono poddając sygnał filtracji kaskadą złożoną z 2 filtrów ruchomej wartości średniej o oknie uśredniającym długości 1024 próbki każdy.

Wiarygodne oszacowanie wartości współczynnika dobroci układu metodą perturbacyjną w dziedzinie czasu wymaga podobnej liczby iteracji jak w ostatnim z omawianych przypadków (80 tys.). Wynika to z konieczności powolnego wytłumienia sygnału pobudzającego w celu uzyskania prawidłowego rozkładu pól w strukturze. **Przykład 4.4** Kolejny przykład stanowi struktura rezonatora pomiarowego właściwego dla określenia przenikalności dielektrycznej oraz tangensa kąta stratności materiałów pracujących w zakresie częstotliwości mikrofalowych oraz temperatur kriogenicznych (rys. 4.4.4). Układ składa się z badanego elementu w postaci rezonatora dielektrycznego, umieszczonego centralnie w metalowej, osiowosymetrycznej obudowie ($\sigma = 5.76 \cdot 10^7$ S/m). Rezonator ograniczony jest od góry oraz dołu warstwą nadprzewodnika wysokotemperaturowego ($R_{ss} = 1m\Omega$). Pomiar materiałów izotropowych odbywa się z wykorzystaniem rodzaju pola TE_{011} . Rodzaj TE_{011} stosowany jest również w procesie wyznaczania składowej tensora przenikalności dielektrycznej prostopadłej do osi anizotropii badanego materiału anizotropowego. Przy pomiarze składowej równoległej dodatkowo analizowane są rodzaje hybrydowe lub rodzaje TM [89].

W tabeli 4.4.7 umieszczono wartości dobroci nieobciążonej układu z umieszczonym wewnątrz niskostratnym rezonatorem dielektrycznym (monokryształ YAG). Parametr Q wyznaczono w oparciu o opisane w niniejszym rozdziale techniki. W tabeli przytoczono również wartość dobroci podaną w literaturze obliczoną metodą dopasowania pól (QMM) [90]. Uzyskano 5% odchylenie wartości współczynnika dobroci wyznaczonej metodą perturbacyjną w dziedzinie czasu, od wartości obliczonej w oparciu o modeli czasowy odpowiedzi układu oraz również około 5% odchylenie od wielkości wyznaczonej metodą dopasowania pól

Ponieważ rezonator dielektryczny od góry oraz dołu ograniczony jest warstwą nadprzewodnika o rezystancji powierzchniowej $R_{ss} = 1m\Omega$, a pozostałe elementy struktury otaczającej rezonator znajdują się w odległości znacznie większej od średnicy dielektryka, straty wynikające ze skończonej przewodności metalu są pomijalnie małe w porównaniu do strat w nadprzewodniku. Badany materiał (YAG) charakteryzuje się bardzo małą wartością tangensa kąta stratności, zatem w rozważanym przypadku, dobroć rezonatora determinowana jest głównie stratami warstw nadprzewodzących.



Tabela. 4.4.7: Wartości współczynników dobroci rezonatora dielektrycznego zilustrowanego na rysunku 4.4.4 obliczone różnymi metodami numerycznymi.

Metoda	Q_u
QPT	404535
QCV	425910
QMP	425730
QMM	450000

Rys. 4.4.4: Schemat rezonatora dielektrycznego pracującego z rodzajem TE_{011} . Element dielektryczny umieszczony jest w metalowej obudowie ($\sigma~=~5.76\cdot10^7)$ o symetrii osiowej oraz ograniczony jest od góry i dołu warstwą nadprzewodnika o rezystancji powierzchniowej $R_{ss}~=~1m\Omega~$ (wymiary w mm: $d=9.27,~D=30,~L=9.27,~\varepsilon=10.4,~{\rm tg}(\delta)=0.5\cdot10^{-6}).$

Analiza układu została wykonana w dwóch wymiarach w cylindrycznym układzie współrzędnych, przy gęstości siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniową 51×57 , $\Delta \rho = \Delta z = 0.2$ mm. Częstotliwość rezonansowa układu o przytoczonych pod ilustracją 4.4.4 wymiarach geometrycznych oraz dla rodzaju pola TE₀₁₁ wyniosła 10.08 GHz. Podaną wartość wyznaczono w oparciu o bardzo długą symulację układu w dziedzinie czasu oraz na podstawie współczynników rozwinięcia sygnału czasowego w dwuskładnikową sumę tłumionych wykładniczo funkcji harmonicznych.

W celu określenia wartości współczynnika dobroci układu w oparciu model sygnału czasowego, obwód pobudzono sygnałem gaussowskim o widmie 9 GHz – 11 GHz. Współczynniki modelu wyznaczono w oparciu o fragment odpowiedzi czasowej układu z zakresu od 12960 do 21600 iteracji. Uzależniając współczynnik decymacji przebiegu zarejestrowanego podczas symulacji obwodu od pasma impulsu pobudzającego oraz kroku czasowego, okres próbkowania modelowanego ciągu wydłużono 108 krotne. W oparciu o zmodyfikowane kryteria oceny stopnia złożoności modelu sygnał rozwinięto w 2 składnikowy szereg wykładniczo tłumionych funkcji harmonicznych.

Kolejno wartości współczynnika dobroci układu wyznaczono splatając sygnał zarejestrowanego w porcie obwodu z zespoloną funkcją wykładniczą. Obwód symulowano przez okres 100 tys. iteracji, sukcesywnie, w trakcie trwania analizy, obliczając transformatę Fouriera przebiegów zawartych w oknie $10 \cdot (1/(\Delta t f_0))$. Wartość pochodnej funkcji $|A|^2$ względem czasu wyznaczono w chwili $t_0 = 3.2 \cdot 10^4 \Delta t$ różniczkując wielomian aproksymujący drugiego stopnia. Współczynniki wielomianu wyznaczono w oparciu o wartości funkcji $|A|^2$ z przedziału obejmującego swoim zakresem 6 okresów sygnału pobudzającego przed i za punktem definiującym chwilę t_0 . W celu zwiększenia dokładności aproksymacji charakterystyki $|A|^2$, dokonano filtracji przebiegu kaskadą złożoną z 4 filtrów ruchomej wartości średniej o oknie uśredniającym długości 1024 próbki każdy.

Przykład 4.5 Celem weryfikacji omawianych technik numerycznego wyznaczania wartości współczynników dobroci z wykorzystaniem metody różnic skończonych w dziedzinie czasu jako narzędzia analizy układów wyznaczono wartości parametru Q struktury zilustrowanej na rysunku 4.4.5 oraz porównano uzyskane rezultaty z danymi pomiarowymi zamieszczonymi w [67].



Tabela. 4.4.8: Wartości współczynników dobroci
rezonatora dielektrycznego zilustrowanego na ry-
sunku 4.4.5 obliczone różnymi metodami nume-
rycznymi oraz dane literaturowe [67].

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
Metoda	Q_u	
ODT.	971597 7	
QPT	371537.7	
OCV	3871/13 7	
QU V	501145.1	
QMP	387032.3	
Pomiar	350000.0	
1 Silliai	0000000	

Rys. 4.4.5: Sechmat rezonatora dielektrycznego. Element dielektryczny, wykonany z szafiru o paramterach $\varepsilon_{r\perp}=9.28,$ tg $\delta_{\perp}=1.25\cdot 10^{-7}, \varepsilon_{r\parallel}=11.36,$ tg $\delta_{\parallel}=4\cdot 10^{-8},$ umieszczony jest w osiowosymetrycznej obudowie o przewodności $\sigma=5.76\cdot 10^7$ S/m oraz ograniczony od góry i dołu warstwą nadprzewodnika wysokotemperaturowego o rezystancji powierzchniowej $R_{ss}=0.63m\Omega$ (Wymiary w mm: D=24.00, d=12.32, L=7.41).

Analizowana struktura posiada analogiczną konstrukcję jak układ opisany w przykładzie 4.4 z tą różnicą, iż w omawianym przypadku element dielektryczny stanowił szafir o anizotropii jednoosiowej oraz parametrach⁸ $\varepsilon_{r\perp} = 9.28$, tg $\delta_{\perp} = 12.5 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon_{r\parallel} = 11.36$, tg $\delta_{\parallel} = 4 \cdot 10^{-8}$, obudowa wykonana została, podobnie jak poprzednio, z materiału o przewodności $\sigma = 5.76 \cdot 10^7$ S/m, rezystancja powierzchniowa nadprzewodnika wysokotemperaturowego $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ wynosiła 0.63m Ω .

Układ przeanalizowano z wykorzystaniem dwuwymiarowego sformułowania metody różnic skończonych w dziedzinie czasu w cylindrycznym układzie współrzędnych. Rozmiar siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową ustalono na 95 × 121 oczek ($\Delta \rho = \Delta z = 0.1$ mm). Częstotliwość rezonansową obwodu, wynoszącą 10 GHz, wyznaczono w oparciu o rozwinięcie sygnału czasowego zarejestrowanego w porcie układu w dwuskładnikową sumę tłumionych wykładniczo funkcji harmonicznych oraz na podstawie transformaty Fourier ciągu złożonego z 100 tysięcy próbek FD-TD.

Wartości współczynnika dobroci wyznaczono w oparciu o trzy metody numeryczne, mianowicie metodę perturbacyjna z całkowaniem w dziedzinie czasu, zmodyfikowana metodę Iidy oraz na podstawie wartości współczynników modelu sygnału czasowego. Uzyskane wyniki umieszczono w tabeli 4.4.8. Parametry poszczególnych metod, a mianowicie początek i koniec ciągu uczącego, wartość współczynnika decymacji oraz rząd modelu dla techniki modelowania przebiegów czasowych oraz długość okna uśredniającego, chwila czasu, w której aproksymowano kwadrat amplitudy przebiegu zarejestrowanego w porcie obwodu dla metody Iidy wybrano identycznie jak w przykładzie 4.4.5. Maksymalny błąd oszacowania wartości parametru Q w stosunku do danych pomiarowych wyniósł blisko 9%.

Przykład 4.6 Kolejno zostały obliczone wartości współczynnika dobroci układu dwóch rezonatorów dielektrycznych umieszczonych w osiowosymetrycznej obudowie (rys. 4.4.6). Układ może być przestrojony częstotliwościowo poprzez zmianę położenia jednego z rezonatorów. W tabeli 4.4.9 umieszczono wartości dobroci uzyskane metodami opisanymi w niniejszym rozdziale oraz dane zamieszczone w literaturze [126]. Jak można zauważyć, zmiana położenia jednego z dysków dielektrycznych nie prowadzi do znacznego zróżnicowania dobroci układu. Dla obu wartości wymiaru h_4 (rys. 4.4.6) dobroć wynikająca ze strat dielektrycznych (Q_d) niemal się nie zmienia. Wartość parametru Q_c , będąca konsekwencją skończonej przewodności struktury osłaniającej rezonatory dielektryczne, jest o rząd wyższa niż wartość Q_d . Wynika to z dużej wartości przenikalności dielektrycznej rezonatorów ($\varepsilon_r = \varepsilon_1 = 38$), co powoduje znaczącą koncentrację energii w dyskach. Elementy układu podtrzymujące dyski dielektryczne wykonane są z materiałów niskostratnych o względniej przenikalności $\varepsilon_r = \varepsilon_2 = 3.8$ i nie wpływają znacząco na wartość parametru. Ich stratność w obliczeniach została pominięta. Warto zauważyć, iż wysoka wartość dobroci nieobciążonej rezonatora jako całości jedynie nieznaczne zmienia się w funkcji wzajemnej odległości dysków dielektrycznych.

Układ analizowany był przy wykorzystaniu dwuwymiarowego sformułowania metody FD-TD w cylindrycznym układzie współrzędnych. Rozmiar siatki dyskretyzującej przestrzeń

⁸Znaczenie podanych wielkości wyjaśnione jest w dodatku B.



Tabela. 4.4.9: Wartości współczynników dobroci rezonatora dielektrycznego zilustrowanego na rysunku 4.4.6 obliczone różnymi metodami numerycznymi.

Metoda	Q_d	Q_c	Q_u	
	$h_5 = 5$.08mm		
QPT	10218.3	172049.8	9696.2	
QCV	10219.5	182581.4	9677.8	
QMP	10218.0	182996.7	9677.2	
QMM	10324.0	185550.0	9780.0	
	$h_5 = 9.144mm$			
QPT	10640.0	147121.5	9922.3	
QCV	10637.7	149625.7	9941.1	
QMP	10638.6	149115.9	9930.2	
QMM	10330.0	150602.0	9669.0	

Rys. 4.4.6: Schemat dwóch rezonatorów dielektrycznym umieszczonych w metalowej obudowie o symetrii osiowej (rodzaj TE_{011}) (wymiary w mm: D = 72.136, $d_1 = 10.16$ $d_2 = 26.67$, L = 50.8, $h_1 = 25.4$, $h_2 = 11.43$, $h_3 = 10.16$, $h_4 = 5.08$, $\varepsilon_1 = 38$, $\varepsilon_2 = 3.8$, $\sigma = 6.2 \cdot 10^7$, $tg(\delta) = 10^{-4}$).

obliczeniową został ustalony na 205 × 154, $\Delta \rho = \Delta z = 0.25$ mm. Częstotliwość rezonansową układu wyznaczono dwojako, mianowicie w oparciu o bardzo długą symulację struktury w dziedzinie czasu oraz z wykorzystaniem metody uogólnionego pęku funkcyjnego. Częstotliwość własna rezonatora złożonego z dysków dielektrycznych oddalonych wzajemnie o 5.08mm wyniosła $f_r = 1.862GHz$, natomiast w przypadku gdy odległość $h_4 = 9.144$ mm (rys. 4.4.6), $f_r = 1.93GHz$.

Dobroć układu obliczono stosując metodę perturbacyjną z całkowaniem w dziedzinie czasu, splot z zespoloną funkcją wykładniczą oraz na podstawie wartości współczynników modelu sygnału czasowego. W ostatnim z wymienionych przypadków układ był pobudzany sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu 18 GHz–20 GHz. Współczynniki modelu wyznaczono w oparciu o fragment przebiegu określonego przez, odpowiednio 22016 oraz 32256 iterację FD-TD, w przypadku mniejszej wzajemnej odległości dysków dielektrycznych oraz 21684 i 31488, gdy odstęp miedzy rezonatorami dielektrycznymi wyniósł 9.144 mm. Okres próbkowania modelowanego sygnału został wydłużony 512 razy w pierwszym przypadku oraz 492 krotne dla większej odległości dysków. Stopień złożoności modelu oszacowano na podstawie zmodyfikowanych kryteriów AIC i MDL. Stosując obie statystyki otrzymano rząd 4 (dodatkowa składowa rozwinięcia wystąpiła w punkcie f = 21.587 GHz, $Q_u = 10498.9$ dla konfiguracji pierwszej tj. $h_4 = 5.08$ mm oraz 21.967 GHz, $Q_u = 11590.9$ gdy wartość h_4 (rys. 4.4.6) wyniosła 9.144 mm.).

W celu określenie wartości dobroci zmodyfikowaną metodą lidy układ symulowano przez okres odpowiadający 100 tys. iteracji sukcesywnie, w każdej iteracji, obliczając transformatę Fouriera ciągów próbek zawartych w oknie $10 \cdot (1/(\Delta t f_0))$. Wartość $\partial |A|^2 / \partial t$ wyznaczono w chwili czasu $t_0 = 3 \cdot 10^4 \Delta t$ różniczkując wielomian aproksymujący drugiego stopnia. Współczynniki wielomianu obliczono w oparciu o wartości funkcji $|A|^2$ z otoczenia punktu t_0 o rozpiętości 6 okresów sygnału pobudzającego. Dla wyeliminowania niepożądanych oscylacji charakterystyki $|A|^2$ funkcję wygładzono stosując kaskadę złożoną z 4 filtrów ruchomej wartości średniej o oknie uśredniającym długości 1024 próbek każdy. Opisaną procedurę wykonano zarówno dla wzajemnej odległości dysków dielektrycznych $h_4 = 5.08$ mm jak i $h_4 = 9.144$ mm.

Przykład 4.7 Ostatni przykład stanowi rezonator dielektryczny umieszczony w osiowosymetrycznej obudowie pracujący z rodzajem hybrydowym o dużej liczbie kątowej (n), w omawianym przypadku n=10. Cechą charakterystyczna rodzajów tego typu, określanych w nomenklaturze anglosaskiej mianem *whispering gallery modes* (WGM) [87] jest bardzo silna koncentracja energii pola elektromagnetycznego blisko bocznej krawędzi dysku. Przy założeniu właściwych wymiarów geometrycznych struktury otaczającej rezonator dielektryczny współczynnik dobroci dla rodzaju WGM osiąga znaczną wartość, zazwyczaj kilka rzędów wyższą niż dla struktur złożonych z elementów z warstwą nadprzewodnika wysokotemperaturowego pracującego z rodzajem TM₀₁₁. Stąd nawet dla małej wartości przewodności (σ) materiału, z którego wykonana jest wnęka z rezonatorem dielektrycznym oraz małej stratności dielektryka ($\varepsilon = 10.4$, tg(δ) = 10⁻⁵), straty wynikające ze skończonej przewodności metalu mogą być pominięte. Uzyskane wyniki modelowania umieszczono w tabeli 4.4.10.

Analiza układu została wykonana w cylindrycznym układzie współrzędnych przy założeniu redukcji problemu trójwymiarowego do dwuwymiarowego przez analityczne rozwinięcie pól w kierunku zmiennej ϕ . Rozmiar siatki pokrywającej przestrzeń obliczeniową ustalono na 91 × 113, $\Delta \rho = \Delta z = 0.1mm$. Częstotliwość rezonansowa obwodu wyniosła $f_0 = 20.18$ GHz.



Tabela. 4.4.10: Wartości współczynników dobroci rezonatora dielektrycznego zilustrowanego na rysunku 4.4.7 obliczone różnymi metodami numerycznymi.

Metoda	Q_u
QPT QCV QMP	$\frac{1.300 \cdot 10^5}{1.266 \cdot 10^5} \\ 1.265 \cdot 10^5$

Rys. 4.4.7: Schemat rezonatora dielektrycznego pracującego z rodzajem hybrydowym WGM (indeks kątowy n=10) (wymiary w mm: D = 36, d = 21.65, L = 21.9, l = 7.87, $\varepsilon = 10.4$, tg(δ) = 0.5 \cdot 10⁻⁶).

Wartości współczynników dobroci rezonatora pracującego z rodzajem hybrydowym WGM wyznaczono stosując opisane w niniejszym rozdziale techniki, mianowicie metodę perturbacyjną z całkowaniem w dziedzinie częstotliwości i czasu, technikę splotu sygnału zarejestrowanego w porcie układu z zespoloną funkcją wykładniczą oraz w oparciu o współczynniki modelu przebiegu czasowego (tab. 4.4.10). Ponieważ ostatnia metoda nie wymaga zastosowania pobudzenia sinusoidalnego, a dodatkowo pozwala na określenie częstotliwości rezonansowej obwodu oraz wartości dobroci podczas jednokrotnej symulacji, w celu obliczenia koniecznych wielkości układ pobudzono sygnałem o ograniczonym widmie z zakresu 19-21 GHz. Współczynniki modelu sygnału czasowego obliczono posługując się

fragmentem przebiegu o początku i końcu zdefiniowanych przez, odpowiednio 23280 oraz 31680 iterację FD-TD. Okres próbkowania modelowanego sygnału zmodyfikowano uzależniając jego wartość od pasma impulsu pobudzającego oraz kroku czasowego. Na tej podstawie współczynnik decymacji odpowiedzi układu określano na 294. Celem wyznaczenia stopnia złożoności modelu zastosowano zmodyfikowane statystki AIC oraz MDL. Ostatecznie sygnał czasowy zarejestrowany w porcie układu rozwinięto w 4 elementowy szereg tłumionych funkcji harmonicznych (dodatkowa składowa pojawiła się w punkcie na osi częstotliwości 21.64 GHz o dobroć nieobciążonej $Q_u = 6484.3$.).

W celu określenie wartości dobroci zmodyfikowana metodą Iidy układ symulowano przez okres odpowiadający 100 tys. iteracji. Amplitudę (A) przebiegu czasowego wyznaczono, obliczając transformatę Fouriera sygnału wyjściowego, przy czym dane całkowane były sukcesywne w przedziale czasowym zdefiniowanym przez 10 okresów sygnału pobudzającego. Wartość $\partial |A|^2 / \partial t$ wyznaczono w chwili czasu $t_0 = 3 \cdot 10^4 \Delta t$ jako kąt nachylenia pochodnej wielomianu aproksymującego drugiego stopnia. Współczynniki wielomianu wyznaczono aproksymując charakterystykę $|A|^2$ w oparciu o wartości funkcji z otoczenia 10 okresów sygnału pobudzającego punktu t_0 . Dla uśrednienia składników wysokoczęstotliwościowych charakterystyki $|A|^2$, których obecność utrudnia prawidłowe określenie współczynników wielomianu aproksymującego zastosowano kaskadę złożoną z 6 filtrów ruchomej wartości średniej o oknie uśredniającym długości 2048 próbek każdy.

4.5 Uwagi końcowe

Pod względem dokładności wyznaczania parametru Q opisane techniki wykazały stosunkowo duża zgodność, aczkolwiek różnice w kosztach numerycznych między nimi są znaczące. Metody perturbacyjna z całkowaniem w dziedzinie częstotliwości i czasu bazują na analizie rozkładu przestrzennego pól. Stopień dyskretyzacji przestrzeni obliczeniowej ma w tym przypadku duże znacznie dla kosztów numerycznych, bowiem liczba punków dyskretyzujących dziedzinę odpowiada liczbie punktów całkowania, stąd im większa gęstość siatki, tym większe obciążenie numeryczne. Szczególnie istotne jest to w przypadku metody perturbacyjnej z całkowaniem w dziedzinie czasu, gdzie integracja pól odbywa się w trakcie symulacji obwodów, w odstępach kilkudziesięciu lub kilkuset iteracji. Oczywiście rozdzielczość siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniowa ma również wpływ na koszty numeryczne pozostałych metod, mianowicie gęstsza siatka wiąże się z krótszym krokiem czasowym, co wynika z warunku numerycznej stabilności metody. W takim przypadku symulacja układu musi trwać odpowiednio dłużej, aby energia sygnału zaczęła zanikać w układzie. Jednak najistotniejszym jest fakt, iż oprócz metody opartej na modelu sygnału czasowego pozostałe techniki wymagają pobudzenia układu sygnałem harmonicznych, a więc w pierwszej kolejności istnieje potrzeba wyznaczenia wartości częstotliwości rezonansowej obwodu, co zazwyczaj wiaże się z koniecznościa bardzo długiej symulacji struktury. Powoduje to, że metoda z wykorzystaniem modeli, których współczynniki wyznaczane są w oparciu o metodę uogólnionego pęku funkcyjnego, okazuje się przeciętnie od kilkunastu do kilkudziesięciu razy szybsza niż pozostałe techniki.

Rozdział 5

Pełnofalowa optymalizacja oraz automatyczna synteza filtrów

Ze względu na duże koszty numeryczne oraz długi czas obliczeń, pełnofalowe metody analizy obwodów wysokiej częstotliwości były jeszcze do niedawna wykorzystywane jedynie w końcowym etapie projektowania, zazwyczaj w celu weryfikacji wyników. Sam proces tworzenia struktur bazował na użyciu uproszczonych modeli prowadnic i nieciagłości, które przybliżały działanie układów jedynie w pewnym zakresie częstotliwości, nie uwzględniając takich zjawisk jak propagacja wielorodzajowa czy efekty dyspersyjne. Większość współczesnych pakietów wspomagających projektowanie układów wysokiej częstotliwości wykorzystuje pełnofalowe modelowanie obwodów w połączeniu z metodami optymalizacyjnymi. Dla szerokiej klasy układów, jaka stanowią struktury filtrujące, pełnofalowa analize przeważnie wykonuje się dwukrotnie, mianowicie analizując pojedyncze komponenty obwodu takie jak elementy sprzegające czy rezonatory, w celu określenia wymiarów początkowych, a następnie, wykorzystując symulator pełnofalowy sukcesywnie modyfikuje się wymiary geometryczne struktury jako całości, aby dopasować odpowiedź układu do żądanej charakterystyki. Ostatni etap pozwala na uwzględnienie wszystkich zjawisk fizycznych zachodzących w projektowanej strukturze, co gwarantuje dużą dokładność uzyskanych rezultatów.

Zagadnienie optymalizacji w procesie projektowania układów mikrofalowych sprowadza się, w większości przypadków, do modyfikacji wymiarów obwodu o danej topologii lub własności materiałów wypełniających strukturę. Oczywiście istnieje szereg alternatywnych podejść do zagadnienia, jak choćby koncepcja swobodnego rozwoju brzegu optymalizowanego układu [76,77], w której topologia układu ewoluuje. Zazwyczaj jednak, w celu uproszczenia zagadnienia, optymalizacja obwodów wysokiej częstotliwości ogranicza się do sukcesywnej modyfikacji wymiarów struktury o danej topologii.W miarę jak proces postępuje, wartość funkcji, która stanowi kryterium oceny poszczególnych rozwiązań, określana dalej mianem funkcji celu, maleje lub rośnie, w zależności od tego czy rozważany problem dotyczy zagadnienia minimalizacji czy maksymalizacji, aby w końcowym etapie osiągnąć poziom minimalny lub maksymalny, co gwarantuje, w ramach wcześniej przyjętych założeń, optymalną odpowiedź układu. Niewatpliwie podstawowym czynnikiem, jaki powinien być wzięty pod uwagę podczas wyboru odpowiedniego narzędzia dla celów projektowania układów z wykorzystaniem procedur optymalizacyjnych jest czas pojedynczej symulacji obwodu. Większość technik analizy układów mikrofalowych w dziedzinie częstotliwości, takich jak metoda elementów skończonych [20], dopasowania pól [12, 79, 83, 116] oraz metoda różnic skończonych w dziedzinie częstotliwości [97], znalazło szerokie zastosowanie w projektowaniu struktur mikrofalowych różnych typów. Na podstawie analizy literatury tematu można stwierdzić, że metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu łączona była do tej pory z metodami optymalizacyjnymi głównie w przypadku projektowania układów szerokopasmowych [76,77,103,104]. Jedynie nieliczne próby czynione były w stosunku do filtrów mikrofalowych [55]. Przyczyną tego stanu rzeczy wydaje się być fakt, iż metody oparte na schematach otwartych w dziedzinie czasu wymagają zazwyczaj wielu iteracji, aby w pełni scharakteryzować układ w dziedzinie częstotliwości, szczególnie w przypadku obwodów o znacznej wartości współczynnika dobroci. Ponieważ w procesie optymalizacji budowane są dziesiątki, czy setki struktur pośrednich, czas niezbędny do osiągniecia satysfakcjonujących rezultatów jest zazwyczaj nie do zaakceptowania. Z drugiej jednak strony, metody bazujące na schematach otwartych w dziedzinie czasu moga być stosowane w analizie struktur o dużych wymiarach, arbitralnych kształtach, stratnych, czy wreszcie o niejednorodnym wypełnieniu. Dysponując narzędziem o tak szerokich możliwościach wydaje się celowe opracowanie metod pozwalających na zwiększenie efektywności analizy struktur w dziedzinie czasu, a tym samym umożliwienie wykorzystania jej w procesie optymalizacji.

5.1 Specyfika zagadnienia optymalizacji metodą FD-TD

Analiza układów w dziedzinie czasu metodą różnic skończonych obarczona jest szeregiem błędów, miedzy innymi, błędami dyspersji numerycznej oraz aproksymacji warunków brzegowych. Mają one znaczący wpływają na wartość funkcji celu, niezależnie od jej definicji. Poziom wspomnianych błędów zależy przede wszystkim od gestości siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową - im siatka jest gęstsza, tym błędy są mniejsze, ale czas analizy dłuższy. W takim wypadku rozsądne jest zastosowanie siatki niejednorodnej, tak aby osobliwości geometryczne struktury zostały odpowiednio dokładnie zamodelowane, natomiast czas analizy był najkrótszy z możliwych. We wspomnianym przypadku w procesie optymalizacji zmiana wymiarów geometrycznych struktury prowadzi do konieczności modyfikacji wymiarów siatki, a tym samym zmiany kroku czasowego zgodnie z warunkiem numerycznej stabilności metody. Ostatecznie czas analizy obwodu, w każdym kroku optymalizacji, ze zmienionymi wymiarami geometrycznymi może być inny. Niektóre konfiguracje utworzone podczas optymalizacji mogą wymagać mniejszej liczby iteracji, inne zaś znaczne dłuższego czasu symulacji w celu pełnego ich scharakteryzowania w dziedzinie częstotliwości. Trudno jest dokonać estymacji maksymalnej wartości współczynnika dobroci wszystkich struktur tworzonych w cyklu optymalizacyjnym¹. Niewątpliwie, jeżeli przestrzeń potencjalnych rozwiązań zostanie znacznie ograniczona przez

¹Można konserwatywnie przyjąć pewną wartość maksymalną, jednak oznacza to długą analizę struktur o niższej dobroci.

zawężenie przedziałów zmienności optymalizowanych parametrów, to tym samym wyeliminowana zostanie możliwość tworzenia układów znacznie różniących się od siebie wartościami współczynnika dobroci. W ogólności jednak, ustalenie liczby iteracji, niezbędnej dla uzyskania poprawnej odpowiedzi obwodu w dziedzinie częstotliwości przez zastosowanie transformaty Fouriera w każdym kroku optymalizacyjnym, jest zagadnieniem złożonym. Techniki rozwinięte w niniejszej pracy i przedstawione w rozdziałach 2 i 3 pozwalają przezwyciężyć opisane powyżej trudności. Dla przykładu, analiza ruchomej wartości średniej energii sygnału w poszczególnych portach obwodu może służyć jako kryterium zakończenia symulacji, gwarantując wykonanie dostatecznej liczby iteracji podczas symulacji układu. Dzięki badaniom zmienności ruchomej wartości średniej energii możliwe jest zakończenie symulacji w odpowiedniej chwili czasu niezależnie od rozmiarów fizycznych optymalizowanej struktury oraz jej dobroci.

Opisane w poprzednich rozdziałach niniejszej rozprawy techniki doboru kluczowych parametrów modeli, mianowicie: ciągu w oparciu o który model jest konstruowany, optymalnego współczynnika decymacji silnie nadpróbkowanego sygnału czasowego oraz rzędu modelu, pozwalają na automatyczne tworzenie wiarygodnych modeli w oparciu o metodę uogólnionego pęku funkcyjnego i co za tym idzie doskonale nadają się do współpracy z procedurami optymalizacyjnymi. Każde wywołanie funkcji celu, a tym samym każda symulacja optymalizowanego układu, wiąże się z w pełni automatycznym utworzeniem modelu sygnału czasowego i kilkukrotną (w zależności od dobroci układu) redukcją kosztów pojedynczej analizy obwodu.

W ogólności efektywność procesu optymalizacji zależy od wielu czynników, jednym z podstawowych jest zastosowana procedura optymalizacyjna.

Metody numeryczne poszukiwania minimum funkcji można w ogólności podzielić na dwie zasadnicze grupy: metody deterministyczne oraz metody stochastyczne. Do grupy metod stochastycznych należą, miedzy innymi, algorytmy genetyczne oraz metoda symulowanego wyżarzania. Obie techniki wykorzystują element losowości jako narzędzia do prowadzenia ukierunkowanych poszukiwań wartości optimum. Algorytm symulowanego wyżarzania korzysta z procesów losowych w celu określenia kierunku poszukiwań stanów o minimalnej energii. Algorytm genetyczny, dokonuje zaś wielokierunkowego przeszukiwania przestrzeni przez losowe przekształcanie zbioru potencjalnych rozwiązań. Wspomniane algorytmy należa do grupy metod globalnie zbieżnych i w ogólności znalazły szerokie zastosowanie w zagadnieniach elektromagnetyzmu [58,84,114,140]. Algorytmy deterministyczne optymalizacji, stosowanie w problemach techniki wysokich częstotliwości, okazują się mało skuteczne, przede wszystkim z dwóch powodów. Po pierwsze, metody te zazwyczaj mają zasięg lokalny, poszukują bowiem optymalnego rozwiązania w sąsiedztwie danego punktu. Po drugie, zastosowanie większości z nich wymaga, aby optymalizowane parametry oraz funkcja celu były ciągle, jak również ciągłe były jej pochodne do drugiego rzędu włacznie. Wymaganie to nie może zazwyczaj być spełnione w przypadku analizy obwodu metodą różnic skończonych, bowiem wspomniana technika operuje w przestrzeni dyskretnej. Zastosowanie więc deterministycznych metod optymalizacji, wykorzystujących dodatkowo wartości gradientu funkcji celu w poszukiwania kierunku optymalnego rozwiązania, zazwyczaj prowadzi do znalezienia optimum jedynie pod warunkiem, że punkt startowy jest

położony blisko ekstremum wartości funkcji celu.

5.2 Pełnofalowa synteza przez optymalizację

Zagadnienie projektowania filtrów mikrofalowych można podzielić na kilka faz. Stopień ich złożoności jest różny. Zakładając jednak, iż większość współczesnych technik obejmuje swoim zakresem analizę pełnofalową układów, etap modelowania elektromagnetycznego należy do najbardziej kosztownych i zazwyczaj stosowany jest w ostatniej fazie procesu.

Proces projektowania układu filtrującego w pierwszej kolejności wymaga określenia właściwości obwodu przez zdefiniowanie funkcji analitycznych aproksymujących odpowiedź struktury. Korzystając kolejno z technik syntezy obwodowej wyznacza się wartości elementów skupionych modelu układu lub wartości elementów macierzy sprzężeń. Następnie w oparciu o model obwodowy, lub zdefiniowaną macierz sprzężeń, identyfikuje się wymiary geometryczne struktury filtrującej. Określenie wstępnej geometrii struktury nie kończy procesu projektowania układu. Zazwyczaj wykonuje się dodatkową korekcję wymiarów obwodu przez analizę pełnofalową, w pętli optymalizacyjnej, odseparowanych elementów struktury takich jak przesłony sprzęgające, czy wnęki rezonansowe. Ostatecznie w celu osiągnięcia wysokiej zgodności odpowiedzi obwodu w stosunku do założonej charakterystyki układu, w procesie optymalizacyjnym, z wykorzystaniem analizy elektromagnetycznej, stroi się numerycznie strukturę filtrującą jako całość.

Jak widać proces projektowania filtrów mikrofalowych jest wieloetapowy i stosunkowo złożony. Można byłoby go znacznie uprościć gdyby udało się pominąć klasyczny etap syntezy i uzyskać założone rozwiązanie w wyniku działania jedynie optymalizatora sprzężonego z symulatorem pełnofalowym

Niewątpliwie optymalizacja struktur filtrujących, z pominięciem tradycyjnej syntezy, wymaga zastosowania metod poszukiwania globalnego ekstremum. Sugeruje to użycie np. algorytmów genetycznych, których specyfika pozwala na osiągnięcie zamierzonego celu. Cechą charakterystyczną algorytmów jest operowanie w zdyskretyzowanej przestrzeni potencjalnych rozwiązań. Dla algorytmu genetycznego pierwszym krokiem procesu optymalizacji jest zakodowanie parametrów funkcji celu. Rozważając zagadnienie optymalizacji filtrów odpowiada to zakodowaniu wymiarów geometrycznych struktury. Istnieje wiele sposobów takiego kodowania. W przypadku elementarnego algorytmu genetycznego wartości rzeczywiste kodowane są w naturalnym systemie dwójkowym. Mimo że takie kodowanie ułatwia analizę mechanizmu działania algorytmu oraz upraszcza operowanie ciągami danych, to nie daje możliwości dokładnego dostrojenia rozwiązania do wartości optymalnej, zawsze wartość końcowa będzie obarczona błędem dyskretyzacji. Dlatego, szczególnie dla zagadnień optymalizacji funkcji z ciągłymi dziedzinami stosuje się metody hybrydowe tj. łączy się algorytm genetyczny z wybraną metodą gradientową optymalizacji.

Tradycyjne metody znajdowania minimum funkcji opierają swoje działanie na stopniowym przemieszczaniu się z punktu do punktu w przestrzeni określonej przez dziedzinę optymalizowanej funkcji, zgodnie z pewna regułą znajdowania kolejnych rozwiązań. Algorytm genetyczny rozpoczyna proces optymalizacji oceniając stopień przydatności, według wartości funkcji celu, całej grupy potencjalnych rozwiązań jednocześnie. Innymi słowy, w jednej iteracji sprawdzanych jest kilkanaście, lub kilkadziesiąt kombinacji wymiarów geometrycznych struktury filtrującej. W zależności od wartości funkcji celu dany wektor wymiarów jest przetwarzany lub odrzucany. Taki mechanizm działania algorytmu powoduje, że jest on stosunkowo wolnozbieżny. Niemniej ponieważ algorytm operuje na wartościach dyskretnych, jest on efektywny w zastosowaniu do zagadnienia optymalizacji filtrów przy założeniu analizy struktur metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu. Zwłaszcza w sytuacji gdy punkt startowy jest daleki od optymalnego.

Oczywiście sam algorytm genetyczny nie gwarantuje, że uda się automatycznie zaprojektować filtr o założonych właściwościach filtrujących. Najważniejszą sprawą jest znalezienie funkcji celu, która zapewni, że osiągnięcie minimum oznacza znalezienie prawidłowego zbioru wymiarów geometrycznych struktury. Zagadnienie to nie jest trywialne, jednak udało się je rozwiązać w odniesieniu do filtrów biegunowych i pseudo-eliptycznych. Dzięki temu możliwa jest w pełni automatyczna synteza filtrów z wykorzystaniem analizy pełnofalowej, co zostanie pokazane w dalszej części tego rozdziału.

5.3 Optymalizacja filtrów o wstępnie oszacowanych wymiarach geometrycznych

Opis zastosowania procedur optymalizacyjnych w połączeniu z analizą układów metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu zostanie jednak rozpoczęty od prezentacji podejścia tradycyjnego, w którym ustalono wcześniej, drogą klasycznej syntezy, wstępne wymiary układu, a symulator pełnofalowy służy do numerycznego strojenia całości struktury.

5.3.1 Wybór funkcji celu

Zagadnienie optymalizacji, które w procesie projektowania struktur filtrujących pojawia się na etapach korekcji wstępnych wymiarów geometrycznych układu oraz numerycznego strojenia, wymaga określenia funkcji celu. Zazwyczaj charakterystykę częstotliwościową układu, otrzymaną w wyniku pełnofalowej analizy, porównuje się w wybranych punktach z funkcją aproksymującą idealną odpowiedź obwodu [4,6,12,15]. Odpowiada to podanej poniżej definicji funkcji celu

$$C = \sum_{i=1}^{K} \left| S_{21}(\omega_i) - \hat{S}_{21}(\omega_i) \right|^2 + \sum_{i=1}^{M} \left| S_{11}(\omega_i) - \hat{S}_{11}(\omega_i) \right|^2$$
(5.3.1)

gdzie $S_{11}(\omega_i)$ oraz $S_{21}(\omega_i)$ są charakterystykami teoretycznymi, natomiast $\hat{S}_{11}(\omega_i)$ i $\hat{S}_{21}(\omega_i)$ stanowią odpowiedź optymalizowanej struktury wyznaczoną w drodze analizy pełnofalowej w punktach ω_i , przy czym $i = 1, \ldots, M$ dla S_{11} oraz $i = 1, \ldots, K$ dla S_{21} .

Powyższa definicja często jest modyfikowana przez uwzględnienie współczynników wagowych przy poszczególnych składowych równania [6]. Arbitralny dobór punktów częstotliwościowych w (5.3.1) może być źródłem rozbieżności procedury optymalizacyjnej. Dodatkowo funkcja celu (5.3.1), przy ograniczonej liczbie punktów, w których wyznaczane są wartości S_{11} i S_{21} , nie gwarantuje uzyskania równomiernego rozkładu błędu aproksymacji filtru w pasmie przepustowym dla filtrów Czebyszewa, jak i w pasmie zaporowym dla filtrów eliptycznych. Poprawę odtworzenia charakterystyk teoretycznych można uzyskać przez zwiększenie liczby punktów częstotliwościowych, ale prowadzi to do znacznego podniesienia kosztów numerycznych i wciąż nie gwarantuje osiągnięcia zbieżności przez procedurę optymalizacyjną.

Przy założeniu dostatecznie dokładnego określenia wstępnych wymiarów geometrycznych optymalizowanej struktury, np. w oparciu o klasyczną teorię syntezy, bardzo dobre rezultaty uzyskuje się stosując funkcję celu, której definicja zakłada wymierność zależności opisującej odpowiedź układu filtrującego. Charakterystyki filtru są w takim przypadku jednoznacznie zdefiniowane przez rozkład zer i biegunów funkcji aproksymujących odpowiedź struktury oraz przez wartość współczynnika skali. Poniżej, w oparciu o [7,132] zostanie wyprowadzona wspomniana definicja funkcji celu.

Aproksymacja Czebyszewa charakterystyki transmisyjnej filtru dolnoprzepustowego N-tego rzędu przyjmuje ogólną postać

$$|S_{21}|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_N^2(\omega)}$$
(5.3.2)

wyrażenie (5.3.2) można również zapisać jako

$$S_{21}S_{21}^{H} = \frac{1}{\left(1 + j\varepsilon F_{N}\left(\omega\right)\right)\left(1 - j\varepsilon F_{N}\left(\omega\right)\right)}$$

$$(5.3.3)$$

gdzie ^{*H*} oznacza sprzężenie hermitowskie, ε jest stałą pozostającą w relacji $\varepsilon = (10^{R/10} - 1)^{0.5}$ ze stratami odbiciowymi *R* w pasmie przepustowym filtru.

Korzystając z zasady zachowania energii dla układów bezstratnych, kwadrat modułu S_{11} można zapisać jako

$$|S_{11}|^2 = \varepsilon^2 \frac{F_N^2(\omega)}{1 + \varepsilon^2 F_N^2(\omega)}$$
(5.3.4)

i przedstawić go analogicznie jak w (5.3.3)

$$S_{11}S_{11}^{H} = \frac{\left(j\varepsilon F_{N}\left(\omega\right)\right)\left(-j\varepsilon F_{N}\left(\omega\right)\right)}{\left(1+j\varepsilon F_{N}\left(\omega\right)\right)\left(1-j\varepsilon F_{N}\left(\omega\right)\right)}$$
(5.3.5)

W obu przypadkach (5.3.2) i (5.3.4) funkcja filtrująca $F_N(\omega)$ dana jest zależnością

$$F_N(\omega) = \cosh\left(\sum_{n=1}^N \cosh^{-1}(x_n)\right)$$
(5.3.6)

gdzie

$$x_n = \frac{\omega - 1/\omega_n}{1 - \omega/\omega_n} \tag{5.3.7}$$

W powyższym równaniu $s_n = j\omega_n$ jest położeniem *n*-tego zera transmisyjnego na płaszczyźnie S. W sytuacji, gdy wszystkie zera funkcji transmisyjnej S₂₁ obwodu zlokalizowane się w nieskończoności, zależność (5.3.6) przyjmuje formę

$$T_N(\omega) = \cosh\left(N\cosh^{-1}(x_n)\right) \tag{5.3.8}$$

Korzystając z tożsamości [21]

$$\cosh^{-1}(x_n) = \ln\left(x_n + \left(x_n^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}\right)$$
 (5.3.9)

funkcję (5.3.6) można przekształcić do postaci (dodatek C)

$$F_{N}(\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{\prod_{n=1}^{N} (c_{n} + d_{n}) + \prod_{n=1}^{N} (c_{n} - d_{n})}{\prod_{n=1}^{N} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{n}}\right)} \right]$$
(5.3.10)

gdzie

$$c_n = \omega - 1/\omega_n$$
 $d_n = \omega' \left[\left(1 - 1/\omega_n^2 \right) \right]^{1/2}$ $\omega' = \left(\omega^2 - 1 \right)^{1/2}$ (5.3.11)

Mianownik funkcji filtrującej (5.3.10) jest wielomianem zmiennej ω o współczynnikach zdeterminowanych położeniem zer transmisyjnych ω_n . Licznik, natomiast, jest złożeniem wielomianów zmiennych ω oraz $\omega' = \sqrt{\omega^2 - 1}$. Należy jednak zauważyć, że w wyniku rozwinięcia iloczynów licznika funkcji (5.3.10), część składowych ulegnie redukcji. Pozostają jedynie czynniki złożone z elementów c_n oraz parzystej liczby d_n . Ponieważ ω' jest wspólnym mnożnikiem wszystkich elementów d_n , zmienna ω' występować będzie zawsze w parzystej potędze. Ostatecznie wielomian licznika $F_N(\omega)$, podobnie jak wielomian mianownika, jest funkcją jedynie zmiennej ω .

Ponieważ $F_n(\omega)$ jest funkcją wymierną zmiennej ω , jest ona, z dokładnością do stałego współczynnika, jednoznacznie określona przez położenie zer licznika i mianownika. Z porównania zależności (5.3.2), (5.3.4) oraz (5.3.10) wynika, iż bieguny funkcji filtrującej odpowiadają zerom charakterystyki transmisyjnej S_{21} filtru, natomiast zera funkcji (5.3.10) są tożsame z zerami charakterystyki odbiciowej S_{11} układu. Stąd, przy założeniu

$$F_N(\omega) = \frac{P_N(\omega)}{D_N(\omega)}$$
(5.3.12)

funkcje S_{21} oraz S_{11} można przedstawić w postaci

$$S_{11}(\omega) = \frac{P_N(\omega)}{E_N(\omega)} \qquad S_{21}(\omega) = \frac{D_N(\omega)}{E_N(\omega)}$$
(5.3.13)

gdzie E_N jest wspólnym mianownikiem S_{11} i S_{21} .

Ostatecznie funkcję filtrującą można sprowadzić do postaci

$$F_N(\omega) = \frac{\prod_{i=1}^{M} (\omega - z_i)}{\prod_{i=1}^{N} (\omega - p_i)}$$
(5.3.14)

gdzie z_i są zerami funkcji filtrującej i równocześnie zerami funkcji S_{21} , natomiast punkty p_i odpowiadają biegunom funkcji filtrującej oraz równocześnie stanowią zera charakterystyki odbiciowej układu (S_{11}).

Na wykresie (5.3.1) zilustrowano położenie zer i biegunów funkcji transmisyjnej oraz odbiciowej filtru czwartego rzędu, o trzech zerach transmisyjnych, umiejscowionych w punktach ω_1 =-4, ω_2 =-2, ω_3 =3. Natomiast na wykresie (5.3.2) przedstawiono obie charakterystyki wraz z zaznaczonymi punktami odpowiadającymi położeniom zer i biegunów funkcji filtrującej oraz krańcom pasma przepustowego.





Rys. 5.3.1: Rozkład zer (o) i biegunów (×) funkcji S_{21} oraz zer (□) i biegunów (×) funkcji S_{11} dolnoprzepustowego filtru czwartego rzędu.

Rys. 5.3.2: Charakterystyki S_{11} i S_{21} dolnoprzepustowego filtru czwartego rzędu o trzech zerach transmisyjnych z zaznaczonymi punktami odpowiadającymi położeniu zer funkcji S_{11} (\Box) i S_{21} (\circ) oraz krańcom pasma przepustowego (\bigtriangleup).

Definicja funkcji celu oparta jest na wartościach parametrów rozproszenia wyliczonych w odpowiednich punktach częstotliwościowych. Ponieważ położenie zer funkcji filtrującej jest identyczne z położeniem zer funkcji S_{21} , natomiast położenie biegunów funkcji filtrującej odpowiada umiejscowieniu zer funkcji S_{11} , odtworzenie optymalnej konfiguracji wymiarów geometrycznych struktury filtru odbywa się przez minimalizację wartości parametrów rozproszenia obliczonych w punktach odpowiadających zerom i biegunom funkcji filtrującej. Dodatkowo, w celu uwzględnienia współczynnika skali wymiary geometryczne układu modyfikowane są tak, aby wartość start odbiciowych w punktach częstotliwościowych $\omega = \pm 1$ była równa $S_{11} = \varepsilon/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$. Ostatecznie funkcja celu ma postać

$$C = \sum_{i=1}^{N} |S_{11}(\omega_{z_i})|^2 + \sum_{i=1}^{P} |S_{21}(\omega_{p_i})|^2 + \left(|S_{11}(\omega = -1)| - \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \right)^2 + \left(|S_{11}(\omega = 1)| - \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \right)^2 \quad (5.3.15)$$

gdzie N i P są, odpowiednio, liczbą biegunów oraz liczbą zer funkcji filtrującej.

W przypadku optymalizacji struktur pasmowo-przepustowych odpowiednie punkty częstotliwościowe podlegają transformacji zgodnie z poniższymi zależnościami

$$\omega_{\pm 1} = \omega_0 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\omega}{2\omega_0}\right)^2} \pm \left(\frac{\Delta\omega}{2\omega_0}\right) \right)$$
(5.3.16)

$$\omega_{z_i}^{\pm} = \omega_0 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z_i \Delta \omega}{2\omega_0}\right)^2} \pm \left(\frac{z_i \Delta \omega}{2\omega_0}\right) \right)$$
(5.3.17)

$$\omega_{p_i}^{\pm} = \omega_0 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{p_i \Delta \omega}{2\omega_0}\right)^2} \pm \left(\frac{p_i \Delta \omega}{2\omega_0}\right) \right)$$
(5.3.18)

Dla ułatwienia dyskusji w dalszej części rozprawy, funkcja celu (5.3.15) określana będzie mianem funkcji celu Z ε S.

5.3.2 Algorytm optymalizacji

Proces optymalizacji filtrów mikrofalowych z użyciem pełnofalowej metody analizy układów, a ściślej metody różnic skończonych w dziedzinie czasu oraz podanej powyżej postaci funkcji celu przebiega w kilku etapach.

- W pierwszej kolejności wyznaczane są punkty ω_{p_i} , ω_{z_i} oraz $\omega_{\pm 1}$ w oparciu o zależności (5.3.16),(5.3.17) i (5.3.18), a następnie uruchamiana jest procedura optymalizacyjna.
- Przy każdym wywołaniu funkcji celu wykonywana jest pełnofalowa analiza układu.
- Analiza zostaje zakończona gdy energia sygnałów we wszystkich portach obwodu osiągnie dostatecznie niską wartość, czyli gdy zostanie spełnione kryterium energe-tyczne.
- W oparciu o stosunkowo krótki fragment odpowiedzi układu w dziedzinie czasu konstruowany jest model sygnału. Za każdym razem, tj. w każdym wywołaniu funkcji celu, modelowane są cztery sygnały w każdym z portów. Modelowanie przebiegów czasowych proporcjonalnych do pól *E*, *H* oraz ich pochodnych przestrzennych umożliwia wyznaczenie parametrów rozproszenia analizowanej struktury w trakcie

jednokrotnej analizy (dodatek A). Modele wszystkich czterech sygnałów w danym porcie konstruowane są w pełni automatycznie, w oparciu o opisane poprzednio kryteria doboru parametrów, mianowicie: kryterium oszacowania początku i końca ciągu czasowego na podstawie którego model jest tworzony, wyboru odpowiedniej krotności decymacji sygnałów oraz selekcji rzędu modelu.

- W oparciu o analizę układu metodą FD-TD oraz utworzone modele czasowe wyznaczane są parametry rozproszenia układu w punktach ω_{p_i} , ω_{z_i} , $\omega_{\pm 1}$, które z kolei stanowią podstawę do wyznaczenia wartości funkcji celu, opisanej równaniem (5.3.15).
- Procedura powtarzana jest do osiągnięcia minimalnej wartości funkcji $Z\varepsilon S$.

5.3.3 Przykłady numerycznego strojenia filtrów Czebyszewa oraz filtrów pseudo-eliptycznych

Opisana procedura optymalizacji struktur filtrujących została wykorzystana do określenia optymalnych wymiarów geometrycznych trzech filtrów falowodowych. W pierwszej kolejności sukcesywnie modyfikując wymiary trójrezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego wyznaczono ich optymalne wartości otrzymując strukturę o założonej szerokości pasma przepustowego 400MHz, częstotliwości środkowej 12GHz oraz stratach odbiciowych -20 dB. Geometria układu zilustrowania jest na rysunku 5.3.3.



Rys. 5.3.3: Struktura trójrezonatorowego, indukcyjnego filtru falowodowego (Falowód WR-75 (wymiary w mm), $a = 19.05, b = 9.525, r = 1.5, a_1 = 9.535, a_2 = 6.546, l_1 = 13.419, l_2 = 15.758, t_1 = 1.634, t_2 = 1.750).$

Rys. 5.3.4: Charakterystyki trójrezonatorowego, indukcyjnego filtru falowodowego przed optymalizacją (linia przerywana) i po optymalizacji (linia ciągła).

W tabeli 5.3.1 podano wstępne wymiary geometryczne struktury filtru oraz wartości uzyskane w wyniku optymalizacji. Na wykresie 5.3.4 zilustrowano charakterystyki układu odpowiadające wstępnym oraz końcowym wymiarom. Krzywa oznaczona linią przerywaną stanowi charakterystykę układu o wymiarach geometrycznych odpowiadających wektorowi wartości początkowych użytych do optymalizacji, zaś krzywa naszkicowana linią ciągłą ilustruje odpowiedź układu o wymiarach spełniających założenia projektowe. W tabeli 5.3.2 podano częstotliwości, dla których wyznaczane były wartości parametrów rozproszenia filtru w każdej iteracji procedury optymalizacyjnej.

Tabela 5.3.1: Wymary geometryczne trójsekcyjnego, indukcyjnego filtru falowodowego (rys. 5.3.3 i 5.3.4) przed (x_0) i po (x_{opt}) optymalizacji, (Wymiary w m
m, parametry stałe $a=19.05,\,b=9.525,\,r=1.5).$

x	x_0	x_{opt}
a_1	10.0	9.52
a_2	7.0	6.62
l_1	13.0	13.42
l_2	15.0	15.71
t_1	2.0	1.73
t_2	2.0	1.93

Tabela 5.3.2: Punkty częstotliwościow
e $f_{p_i},\,f_{z_i},\,f_{\pm 1}$ dla zagadnienia optymalizacji trójsekcyjnego filtru falowodowego o charakterystyce przedstawionej na wykresie 5.3.4.

	f_{z_i} [GHz]	f_{p_i} [GHz]	$f_{\pm 1}$ [GHz]
1	11.827	—	11.800
2	12.000	-	12.200
3	12.173	-	-

W powyższym przykładzie równocześnie modyfikowano sześć niezależnych zmiennych odpowiadających wymiarom przesłon sprzęgających oraz wnęk rezonatorowych. Strukturę optymalizowano metodą gradientową określaną mianem sekwencyjnego programowana kwadratowego (ang. SQP) [47]. Liczba wywołań funkcji celu dla omawianego zagadnienia wyniosła 210, przy czym podana wielkość obejmuje również numerycznie obliczone wartości gradientu funkcji celu. Całkowity czas optymalizacji, przy zredukowaniu problemu przez wykorzystanie symetrii struktury oraz przy wymiarze siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową 103×21 wyniósł 33 minuty. Obliczenia wykonano na PC wyposażonym w procesor AMD taktowany zegarem 1600 MHz.

Kolejno procesowi optymalizacji poddano strukturę o tej samej geometrii, lecz dokonano zmiany specyfikacji elektrycznej, mianowicie wyznaczono wymiary układu filtrującego o węższym pasmie przepustowym wynoszącym 350MHz oraz o znacznie mniejszych stratach odbiciowych -30dB. Częstotliwość środkowa filtru pozostała niezmieniona tj. 12GHz. Na wykresie 5.3.5 zilustrowano charakterystyki filtru dla wektora parametrów początkowych (linia przerywana) oraz dla wektora wymiarów optymalnych struktury (linia ciągła). Wykorzystano ten sam zbiór wstępnych wymiarów geometrycznych struktury, jak w przykładzie poprzednim. W tabeli 5.3.3 umieszczono wartości, które posłużyły jako wektor parametrów początkowych dla procedury optymalizacyjnej oraz wymiary stanowiące rezultat optymalizacji.

Tabela 5.3.3: Wymary geometryczne trójsekcyjnego, indukcyjnego filtru falowodowego (rys. 5.3.5) przed (x_0) i po (x_{opt}) optymalizacji, (Wymiary w mm, parametry stałe a = 19.05, b = 9.525, r = 1.5).

x	x_0	x_{opt}		
a_1	10.0	10.07		
a_2	7.0	6.82		
l_1	13.0	13.01		
l_2	15.0	14.53		
t_1	2.0	1.6		
t_2	2.0	1.6		

Tabela 5.3.4: Punkty częstotliwościowe $f_{p_i}, f_{z_i}, f_{\pm 1}$ dla zagadnienia optymalizacji trójsekcyjnego filtru falowodowego o charakterystyce przedstawionej na wykresie 5.3.5.

	f_{z_i} [GHz]	f_{p_i} [GHz]	$f_{\pm 1}$ [GHz]
1	11.848	—	11.825
2	12.000	-	12.175
3	12.152	-	_



Rys. 5.3.5: Charakterystyki trójsekcyjnego, indukcyjnego filtru falowodowego przed optymalizacją (linia przerywana) i po optymalizacji (linia ciągła).

Również i w tym przypadku przyjęto sześć stopni swobody w celu określenia optymalnych wartości szcrokości szczelin sprzęgających oraz długości rezonatorów. Liczba wywołań funkcji celu wraz z numerycznie wyznaczonymi gradientami funkcji wyniosła 230. Cały proces optymalizacji, prowadzony z wykorzystaniem tego samego PC co w poprzednim przykładzie, trwał 40 minut, przy rozmiarze siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniową 103 × 21 oczek. Punkty częstotliwościowe, w których obliczano wartości parametrów rozproszenia w kolejnych krokach optymalizacji podano w tabeli 5.3.4.

Ostatnim przykładem ilustrującym efektywność metody jest indukcyjny filtr falowodowy ze sprzężeniem między portem wejściowym a wyjściowym. Geometria struktury zilustrowana jest na rysunku 5.3.6. Sprzężenie typu źródło-obciążenie (ang. source-load coupling) umożliwia realizację zer w charakterystyce transmisyjnej filtru [8,11], dzięki temu uzyskuje się lepsze tłumienie sygnału w pasmie zaporowym oraz węższe pasmo przejściowe niż w przypadku filtru tego samego rzędu, ale o charakterystyce, która maleje monotonicznie w pasmach przejściowym i zaporowym. Charakterystyki filtru odpowiadające zbiorom parametrów początkowych i końcowych zilustrowano na rysunku 5.3.7. Wartości obu wektorów podano w tabeli 5.3.5.

Również w tym przypadku, w celu określenia optymalnych wymiarów struktury wykorzystano metodę sekwencyjnego programowania kwadratowego. Liczba parametrów niezależnych modyfikowanych w każdej iteracji procedury poszukiwania minimum wartości funkcji celu wynosiła siedem (wymiar a_3 nie był optymalizowany). Zagadnienie analizowano w dwóch wymiarach przy rozmiarze siatki rozpinającej przestrzeń obliczeniową 87×125 . Całkowity czas optymalizacji prowadzonej na PC AMD 1600 MHz wyniósł 53 minuty. Częstotliwości, które pośrednio posłużyły do oceny poszczególnych rozwiązań umieszczono w tabeli 5.3.6.





Rys. 5.3.6: Struktura filtru ze sprzężeniem źródło-obciążenie (Falowód WR-75 (wymiary w mm), $a = 19.05, b = 9.525, l_1 = 20.687, l_2 = 4.979, l_3 = 3.8, l_4 = 2.492, l_5 = 11.900, l_6 = 0.321, a_1 = 3.617, a_2 = 5.963, a_3 = 4.501, r = 1.5).$

Rys. 5.3.7: Charakterystyki filtru falowodowego ze sprzężeniem źródło-obciążenie przed optymalizacją (linia przerywana) i po optymalizacji (linia ciągła).

Tabela 5.3.5: Wymary geometryczne filtru falowodowego ze sprzężeniem źródło-obciążenie (rys. 5.3.6 i 5.3.7) przed (x_0) i po (x_{opt}) optymalizacji, (Wymiary w mm, parametry stałe $a = 19.05, b = 9.525, a_3 = 4.501$).

x	x_0	x_{opt}
a_1	3.5	3.617
a_2	5.8	5.963
l_1	20.5	20.687
l_2	5.0	4.979
l_3	4.0	3.80
l_4	2.1	2.492
l_5	12.0	11.90
l_6	0.3	0.321

Tabela 5.3.6: Punkty częstotliwościowe $f_{p_i}, f_{z_i}, f_{\pm 1}$ dla zagadnienia optymalizacji filtru falowodowego ze sprzężeniem źródło-obciążenie o charakterystyce przedstawionej na wykresie 5.3.7.

	f_{z_i} [GHz]	f_{p_i} [GHz]	$f_{\pm 1}$ [GHz]
1	11.582	11.350	11.57
2	11.639	11.854	12.65

5.3.4 Efektywność procesu modelowania sygnałów czasowych w przypadku strojenia numerycznego filtrów

Jako podsumowanie zagadnienia optymalizacji filtrów w oparciu o funkcję celu Z ε S oraz dowód efektywność modelowania sygnałów czasowych dla problemu numerycznego strojenia struktur filtrujących, w tabeli 5.3.7 zestawiono dane dotyczące optymalizacji następujących obwodów:

- 1. trójsekcyjnego sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego
 - $(\Delta f = 400 \text{ MHz}, f_0 = 12 \text{ GHz}, \text{ straty odbiciowe } R = -20 \text{ dB}) \text{ (rys. 5.3.3 i 5.3.4)},$
- 2. trójsekcyjnego sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego
 - $(\Delta f = 350 \text{ MHz}, f_0 = 12 \text{ GHz}, \text{ straty odbiciowe } R = -30 \text{ dB}) \text{ (rys. 5.3.5)},$
- 3. filtru falowodowego o sprzężeniu typu źródło-obciążenie (rys. 5.3.6 i 5.3.7).

Wiersze 3 i 4 tabeli 5.3.7 zawierają minimalną oraz maksymalną liczbę iteracji wykonanych w trakcie symulacji struktur konstruowanych w procesie optymalizacji. Wartości

		filtr	
paramter	1	2	3
rozmiar siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową	103×21	103×21	87×125
liczba zmiennych niezależnych	6	6	7
liczba wywołań funkcji celu	210	230	180
minimalna liczba iteracji	3770	3822	9840
maksymalna liczba iteracji	5460	5720	12300
całkowity czas optymalizacji w minutach	33	36	53

Tabela 5.3.7: Zestawienie danych dotyczących optymalizacji filtrów z punktu 5.3.3.

otrzymano w oparciu o kryterium energetyczne, które definiuje koniec ciągu czasowego, na podstawie którego budowany jest model oraz moment zakończenia symulacji układów.

Można wyróżnić dwie przyczyny zróżnicowania czasu analizy tworzonych struktur, a wiec równocześnie liczby iteracji wymaganych do konstrukcji wiarygodnych modeli sygnałów czasowych, mianowicie: zmiana wartości współczynnika dobroci obwodów oraz zmiana kroku czasowego.

Modyfikacja wymiarów geometrycznych struktury w procesie poszukiwania ich optymalnych wartości prowadzi w kolejnych iteracjach do konstruowania obwodów o różnych wartościach współczynnika dobroci. Bezpośrednio przekłada się to na czas analizy układów, a wiec również na liczbę iteracji FD-TD. Dodatkowo zastosowanie niejednorodnej siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową powoduje, iż w trakcie sukcesywnej modyfikacji wymiarów obwodów może zmieniać się krok czasowy, zgodnie z warunkiem numerycznej stabilności metody, stąd mimo że kolejno tworzone struktury mogą nie różnić się znacząco wartościami współczynnika dobroci, ich czas analizy może znaczne odbiegać od siebie.

Ponieważ zastosowanie funkcji celu $Z\varepsilon S$ wymaga wcześniejszego określenia wstępnych wymiarów geometrycznych optymalizowanych obwodów w celu zagwarantowania zbieżności stosowanej procedury optymalizacyjnej oraz ze względu na niewielki zakres zmienności optymalizowanych parametrów, obwody konstruowane w procesie minimalizacji funkcji $Z\varepsilon S$ układu nie różnią są zasadniczo wartościami współczynnika dobroci, jak również czasem analizy. Ostatecznie maksymalna oraz minimalna liczba iteracji, oszacowane w oparciu o kryterium energetyczne, wartościowo niewiele odbiegają od siebie (tab. 5.3.7).

W trakcie optymalizacji należy zadbać, aby ze względu na założenie niejednorodności siatki, zmiana wymiarów geometrycznych nie doprowadziła do znacznego ograniczenia kroku czasowego, bowiem to skutkować może wydłużeniem czasu analizy układu.

5.4 Pełnofalowa synteza przez optymalizację filtrów biegunowych Butterwortha i Czebyszewa

Charakter funkcji celu, opisanej w poprzednim punkcie, gwarantuje osiągnięcie stosunkowo szybkiej zbieżności procedury optymalizacyjnej, przy założeniu wstępnej syntezy struktury filtrującej. Przyjęcie za wektor wartości początkowych wymiarów geometrycznych znacznie odbiegających od wartości optymalnych jest przy definicji typu Z ε S przyczyną zazwyczaj braku zbieżności procedury optymalizacyjnej [83]. Pamiętając, że zbieżność dowolnej techniki poszukiwana ekstremum jest silnie zależna od charakteru optymalizowanej funkcji, właście wydaje się opracowanie alternatywnej definicji funkcji celu dla zagadnienia optymalizacji filtrów mikrofalowych, której wrażliwość na dobór wektora wartości początkowych byłaby znacznie mniejsza niż ma to miejsce w przypadku Z ε S danej zależnością (5.3.15).

Dla zagadnienia optymalizacji filtrów biegunowych Butterwortha i Czebyszewa możliwe jest zdefiniowanie funkcji celu o wspomnianych właściwościach. Jak zostanie wykazane w niniejszym rozdziale, wprowadzona, alternatywna zależność, stanowiąca kryterium oceny kolejnych rozwiązań tworzonych w procesie optymalizacji, w stosunku do funkcji Z ε S pozwala na znacznie bardziej swobodny dobór wektora wartości początkowych, tym samym umożliwia pominięcie etapu presyntezy filtrów w procesie ich projektowania. Dodatkowo funkcja celu pozwala na wykorzystanie specyfiki metody różnic skończonych w dziedzinie czasu i nie wymaga obliczania parametrów rozproszenia.

Optymalizacja filtrów w oparciu o pełnofalową analizę układów metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu, niezależnie od definicji funkcji celu, wiąże się z problemem braku jej ciągłości. Ze względu na dyskretny charakter techniki, większość metod optymalizacyjnych wykorzystujących wartość gradientu funkcji celu dla określenia kierunku poszukiwań optymalnego rozwiązania osiąga zbieżność jedynie w przypadku, gdy wektor wartości początkowych jest dostatecznie bliski wartości optymalnej. W konsekwencji dla zagadnienia optymalizacji filtrów biegunowych metoda gradientowa poszukiwania ekstremum została zastąpiona bezgradientową, globalne zbieżną techniką, mianowicie algorytmem genetycznym.

5.4.1 Funkcja celu dla filtrów biegunowych

W punkcie 5.3 zagadnienie optymalizacji wykorzystano do określenia optymalnych wymiarów struktur filtrujących w oparciu o wartości parametrów rozproszenia. Każde wywołanie funkcji celu było równoznaczne wykonaniu pełnofalowej analizy układu metodą różnic skończonych w dziedzinie cząsu oraz utworzeniu modeli sygnałów czasowych. Odpowiedź obwodu w dziedzinie częstotliwości uzyskiwano na podstawie analizy układu w dziedzinie czasu oraz współczynników modeli. Dla filtrów biegunowych, Butterwortha oraz Czebyszewa, funkcję celu można zdefiniować bez konieczności wyznaczania odpowiedzi częstotliwościowej układu. W tym celu należy zauważyć, że dla wspomnianej klasy filtrów wszystkie zera charakterystyki transmisyjnej umiejscowione są w nieskończoności na płaszczyźnie zespolonej S. Przy dodatkowym założeniu, że zależności aproksymujące charakterystyki filtrów Butterwortha i Czebyszewa są funkcjami wymiernymi, z dokładnością do stałego współczynnika są one jednoznaczne określone przez położenie swoich biegunów. Funkcję celu można ostatecznie zdefiniować jak następuje

$$C = \sum_{i=1}^{N} |P'(i) - P(i)|^2$$
(5.4.1)

gdzie N jest rzędem filtru, (P_i) są zerami mianownika analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź optymalizowanego filtru, a (P'_i) są biegunami funkcji S_{21} lub S_{11} wyznaczonymi dla każdej struktury utworzonej podczas procesu optymalizacji. Dla ułatwienia dyskusji powyższą funkcją będzie w dalszej części niniejszej rozprawy określana mianem funkcji B.

Podstawowe pytania jakie powstają przy powyższej definicji funkcji celu to, czy wprowadzona definicja jest jednoznaczna oraz jak odtworzyć bieguny filtru w oparciu o odpowiedź układu w dziedzinie czasu. Otóż jednoznaczność definicji jest gwarantowana przez topologię oraz bezstratność układu. Jeżeli struktura optymalizowanego filtru nie pozwana na realizację zer transmisyjnych, lub innymi słowy, topologia układu wymusza położenie wszystkich zer transmisyjnych na płaszczyźnie S w nieskończoności, to definicja jest jednoznaczna. Przy czym jednoznaczność rozumiana jest w tym sensie, iż nie można utworzyć dwóch struktur opisanych funkcjami wymiernymi o tej samej postaci mianownika, ale innej wartości współczynnika skali.

Bieguny funkcji transmisyjnej można wyznaczyć w oparciu o metodę uogólnionego pęku funkcyjnego i to posługując się jedynie fragmentem ciągu czasowego, co zostanie omówione poniżej.

5.4.2 Technika ekstrakcji położenia biegunów bezpośrednio z sygnałów czasowych

Metoda uogólnionego pęku funkcyjnego modeluje dyskretny sygnał czasowy w postaci sumy N/2 funkcji sinusoidalnych.

$$y(n\Delta t) \approx \sum_{i=1}^{N} A_i z_i^n \tag{5.4.2}$$

gdzie $z_i = e^{P'_i \Delta t}$, Δt jest okresem próbkowania sygnału, n jest numerem próbki, A_i jest amplitudą *i*-tej składowej rozwinięcia, P'_i jest położeniem bieguna funkcji transmitancji na płaszczyźnie zespolonej.

Bieguny modelu mogą być wyznaczone przez analizę zagadnienia pęku macierzowego

$$\mathbf{Y}_1 - \lambda \mathbf{Y}_2 \tag{5.4.3}$$

gdzie macierze \mathbf{Y}_1 oraz \mathbf{Y}_2 maja postać odpowiednio (2.1.12) i (2.1.13).

Zgodnie z teorią przedstawioną w rozdziale 2, bieguny P'_i mogą być oszacowane przez wyznaczenie wartości redukujących macierz (5.4.3). Jest to równoważne rozwiązaniu problemu własnego postaci

$$\left(\mathbf{Y}_{1}^{\dagger}\mathbf{Y}_{2}-\lambda\mathbf{I}\right)\mathbf{a}=0$$
(5.4.4)

gdzie **a** jest uogólnionym wektorem własnym macierzy (5.4.3), natomiast \mathbf{Y}_{1}^{\dagger} jest pseudoodwrotnością macierzy \mathbf{Y}_{1} , która może być obliczona przez rozkład wspomnianej macierzy na wartości szczególne.

Pamiętając, że modelowany sygnał czasowy stanowi odpowiedź układu filtrującego wybór rzędu modelu N nie nastręcza dużych trudności, mianowicie liczba elementów rozwinięcia ciągu (5.4.2) powinna być dwukrotnie większa niż rząd optymalizowanego filtru (bieguny funkcji aproksymującej odpowiedź układu występują w parach zespolonych sprzężonych). Innymi słowy, rząd modelu powinien być równy liczbie biegunów pojawiających się w prototypie filtru cyfrowego projektowanej struktury.

Przy zastosowaniu metody uogólnionego peku funkcyjnego w opisanej powyżej formie może pojawić się poważny problem, mianowicie, w przypadku gdy pobudzenie optymalizowanego filtru jest zbyt szerokopasmowe, odpowiedź układu może zawierać składowe spoza pasma analizy, co przy wymuszeniu rzędu modelu możne prowadzić do błędnej ekstrakcji położenia biegunów. W celu zabezpieczenia procedury przed wspomnianym problemem, w każdym kroku optymalizacji zdecymowany sygnał czasowy poddawany jest filtracji z użyciem kaskady filtrów niskiego rzędu. Szerokość pasma przepustowego pojedynczego elementu kaskady powinna być nieznacznie większa niż szerokość pasma przepustowego projektowanej struktury, a jego bieguny nie powinny pokrywać sie z biegunami optymalizowanego filtru. Dodatkowa filtracja sygnału pozwala na uzyskanie prawidłowego położenia biegunów i zastosowanie definicji funkcji celu B niezależnie od postaci sygnału pobudzającego. Brak tego etapu prowadzi zazwyczaj do rozbieżności procedury optymalizacyjnej. Jest oczywiste, iż przy zastosowaniu definicji funkcji celu typu B zbęde jest modelowanie wszystkich czterech sygnałów czasowych w poszczególnych portach jak to miało miejsce w przypadku optymalizacji układów w oparciu o funkcję celu typu $Z \in S$ (5.3.15). Wartość funkcji celu typu B wyznaczana jest bez znajomości parametrów rozproszenia, a jedynie na podstawie odpowiedzi czasowej układu.

5.4.3 Algorytm optymalizacji dla filtrów biegunowych

Całości procedury optymalizacyjnej z wykorzystaniem funkcji opisanej zależności
ą(5.4.1)można przedstawić w formie algorytmu.

- W pierwszej kolejności wyznacza się położenie biegunów prototypu filtru.
- Przy każdym wywołaniu funkcji celu dokonuje się pełnofalowej analizy optymalizowanej struktury metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu.
- Symulacja obwodu kończy się z chwilą spełnienia kryterium energetycznego, a wiec z gdy energia sygnału we wszystkich wrotach układu osiągnie wcześniej ustaloną wartość.
- Sygnał czasowy otrzymany w porcie wyjściowym układu po decymacji filtrowany jest kaskadą filtrów pasmowo-przepustowych niskiego rzędu.

- W oparciu o ciąg czasowy o ograniczonym widmie konstruowany jest niepełny model sygnału. Niepełny, bowiem nie są wyznaczane zespolone amplitudy poszczególnych czynników rozwinięcia sygnału w szereg funkcji sinusoidalnych, jak również nie jest obliczana analityczna postać transformaty Fouriera, jak to ma miejsce przy two-rzeniu pełnego modelu. Wyznaczane jest jedynie położenie biegunów P'_i (równanie (5.4.2)).
- Obliczana jest wartość funkcji celu typu B zgodnie z definicją (5.4.1).
- Procedura powtarzana jest do osiągnięcia minimum funkcji celu typu B.

Istotny element zagadnienia budowy modeli sygnałów czasowych dyskutowany w rozdziale 3, mianowicie ustalenie liczby czynników rozwinięcia (5.4.2) jest pomijany, bowiem rząd modelu jest zdeterminowany stopniem złożoności optymalizowanej struktury filtrującej.

5.4.4 Przykłady automatycznego projektowania filtrów biegunowych

W celu zilustrowania efektywności opisanej techniki, w oparciu o zagadnienie optymalizacji, zaprojektowano trzy falowodowe struktury filtrujące. Topologie układów przedstawiono na rysunkach 5.4.1, 5.4.2 i 5.4.4. Wymiary początkowe wszystkich trzech obwodów wybrano losowo na podstawie zakresu zmienności poszczególnych wartości parametrów takich jak: szerokości elementów sprzęgających oraz długości wnęk rezonansowych. Konsekwencją arbitralnego doboru wstępnych wymiarów geometrycznych struktur była konieczność zastosowania niegradientowej techniki optymalizacji. Stąd w pierwszej fazie optymalizacji wykorzystano algorytm genetyczny, a następnie, w celu dostrojenia lokalnego uzyskanych rezultatów, zastosowano metodę SQP, która należy do grupy metod gradientowych. Specyfiką algorytmu genetycznego w jego elementarnej postaci jest wymóg sprowadzenia optymalizowanych parametrów do postaci binarnej, czyli zakodowanie wymiarów struktur filtrujących w naturalnym kodzie dwójkowym. Wymiary geometryczne poszczególnych struktur zakodowano zależnie od przedziału zmienności danego parametru na takiej ilości bitów, aby błąd dyskretyzacji był nie mniejszy niż 0.01 mm.

W pierwszej kolejności w drodze optymalizacji zaprojektowano trójrezonatorowy filtr falowodowy o elementach sprzęgających w płaszczyźnie H. Przyjęto założenie, że filtr winien pracować na częstotliwości środkowej 12 GHz, pasmo przepustowe powinno mieć szerokość 400 MHz, natomiast straty odbiciowe nie mogą być mniejsze niż -18 dB. Powyższa specyfikacja jest niemal identyczna jak w przypadku filtru optymalizowanego metodą SQP z funkcją celu typu Z ε S oraz z presyntezowanymi wymiarami geometrycznymi struktury. Struktura filtru zilustrowana jest na rysunku 5.4.1.

W tabeli 5.4.2 umieszczono wartości wektora początkowego oraz wymiary struktury uzyskane w wyniku wykonania dwuetapowej optymalizacji. Przykładowy rozkład biegunów odniesienia (P) na płaszczyźnie Z dla struktury o określonych powyżej właściwościach filtrujących podany jest w tabeli 5.4.1.





Rys. 5.4.1: Topologia trójrezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego (Falowód WR-75, (wymiary w mm), $a = 19.05, b = 9.525, r = 1.5, a_1 = 9.539, a_2 = 6.546, l_1 = 13.419, l_2 = 14.758, t_1 = 1.634, t_2 = 1.75).$

Rys. 5.4.2: Charakterystyki S_{11} i S_{21} trójrezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego przed optymalizacją (linia kropkowana), po optymalizacji algorytmem genetycznym (linia kreskowana) i po numerycznym strojeniu techniką gradientową optymalizacji (linia ciągła).

Tabela 5.4.1: Wymiary geometryczne trój
rezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego (rys. 5.4.1) przed
 (x_0) i po optymalizacji algorytmem genetycznym
 (x_{ga}) oraz metodą SQP (x_{sqp}) . Wymiary w mm.

	x_0	x_{GA}	x_{SQP}
a_1	14.0	9.76	9.539
a_2	15.0	6.57	6.546
l_1	15.0	13.23	13.419
l_2	15.0	14.85	14.758
t_1	1.8	1.97	1.634
t_2	1.8	1.89	1.75

Tabela 5.4.2: Rozkład biegunów na płaszczyźnie Z analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź trójrezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego (rys. 5.4.1). Bieguny zostały wyznaczone przy założeniu $f_s = 23GHz$.

i	P_i
1	-0.0591 + j0.9874
2	-0.0591 - j0.9874
3	-0.1029 + j0.9839
4	-0.1029 - j0.9839
5	-0.0801 + j0.9752
6	-0.0801 - j0.9752

Należy pamiętać, że położenie biegunów na płaszczyźnie Z zależne jest od częstotliwości próbkowania (f_s) sygnału. Dla wartości podanych w tabeli (5.4.1), $f_s = 23$ GHz. Ponieważ układy filtrujące analizowane są metodą FD-TD przy założeniu niejednorodności siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową, warunek numerycznej stabilności algorytmu, dla każdej struktury utworzonej w procesie optymalizacji, może wymuszać inną wartość kroku czasowego, a wiec inny okres próbkowania sygnału. Ostatecznie bieguny odniesienia lub inaczej zera mianownika analitycznej postaci funkcji aproksymującej optymalizowany filtr w definicji (5.4.1) powinny być wyznaczane niezależnie, z chwilą wywoływana funkcji celu.

Przebieg procesu optymalizacji trójrezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego schematyczne zilustrowany jest na rysunku 5.4.3.

Bieguny odniesienia (P) stanowiące zera mianownika analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź filtru zaznaczono linią ciągłą. Linią przerywaną zilustrowano położenie biegunów funkcji aproksymującej odpowiedź układu o wymiarach geometrycznych odpowiadających wartościom wektora początkowego (P'). Szerokości przesłon sprzęgających oraz długości wnęk rezonansowych struktury filtru są sukcesywnie modyfikowane do chwi-



Rys. 5.4.3: Rozkład biegunów charakterystyki trójrezonatorowego filtru sprzężonego indukcyjne dla wektora startowego (linia przerywana) oraz wymiarów geometrycznych stanowiących rezultat optymalizacji (linia cią-gła).

li osiągnięcia zgodności odpowiedzi układu z założona charakterystyką, tj. do momentu otrzymania niemal identycznego rozkład biegunów funkcji aproksymującej odpowiedź filtru oraz położenia biegunów odniesienia (rys. 5.4.3).

Na wykresie 5.4.2 zilustrowano charakterystyki filtru przed optymalizacją oraz po optymalizacji, odpowiednio, algorytmem genetycznym oraz metodą SQP. W powyższym przypadku równocześnie modyfikowanych było sześć niezależnych zmiennych w celu znalezienia ich optymalnej wartości. Liczba wywołań funkcji celu dla zagadnienia optymalizacji struktury algorytmem genetycznym wyniosła 950, natomiast dla problemu minimalizacji metodą SQP było to 408 wraz z numerycznie wyliczonymi gradientami funkcji celu. Całkowity czas optymalizacji układu, przy założeniu symetrii struktury oraz rozmiarze siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniową 103×21 , wyniósł 2 godziny, 30 minut, dla pierwszego etapu i 1 godzinę i 25 minut, dla drugiego etapu. Obliczenia prowadzono na PC wyposażonym w procesor AMD 1600 MHZ.

Dla porównania ta sama procedura optymalizacyjna została wykorzystana do zaprojektowania filtru o identycznych właściwościach filtrujących, jednak z zastosowaniem definicji funkcji celu typu $Z\varepsilon S$ danej zależnością (5.3.15). Punkt startowy był identyczny jak dla optymalizacji z funkcją celu typu *B*. Charakterystyki otrzymane po dwuetapowej optymalizacji zilustrowano na wykresie 5.4.4.

Jak można zauważyć odpowiedź filtru nie spełnia wcześniej przyjętych założeń. Uzyskano bardo dobre dopasowanie w pasmie przepustowym filtru, lecz odpowiedź układu w pasmie zaporowym jest nie do zaakceptowania. Dodatkowo rząd filtru nie odpowiada żądanej wielkości. Wynika z tego, że przy znacznej odległości wektora parametrów w stosunku do wartości optymalnych wykorzystanie funkcja celu typu $Z\varepsilon S$ nie gwarantuje



Rys. 5.4.4: Charakterystyki trójrezonatorowego filtru otrzymane w wyniku optymalizacji z wykorzystaniem funkcji celu typu $Z_{\varepsilon}S(\text{definicja 5.3.15})$ z losowym punktem startowym.

osiągnięcia celu, natomiast funkcja typu B umożliwia automatyczne projektowanie filtru startując z dowolnie wybranego punktu początkowego (wektora wartości początkowych).

Kolejno, z wykorzystaniem optymalizacji, zaprojektowano filtr czterorezonatorowy o tej samej geometrii, lecz o odmiennych właściwościach filtrujących, mianowicie, założono szersze pasmo przepustowe filtru 800 MHz oraz obniżono straty odbiciowe do poziomu -20 dB. Filtr, podobnie jak dla struktury trójrezonatorowej, zaprojektowano na częstotliwości środkowej 12 GHz. Wstępne wymiary geometryczne układu wybrano w oparciu o schemat losowy, nie przekraczając przyjętego zakresu zmienności optymalizowanych parametrów. W tabeli 5.4.3 umieszczono wartości wektora wstępnych wymiarów geometrycznych struktury oraz wartości parametrów uzyskane w trakcie kolejnych etapów optymalizacji. Danym z tabeli 5.4.3 odpowiadają charakterystyki układu zilustrowane na rysunku 5.4.6. W tabeli 5.4.4 natomiast podano przykładowy rozkład biegunów odniesienia dla struktury czterorezonatorowego filtru falowodowego na płaszczyźnie Z ($f_s = 23$ GHz).

Tabela 5.4.3: Wymiary geometryczne czterorezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego (rys. 5.4.5) przed (x_0) i po optymalizacji algorytmem genetycznym (x_{ga}) oraz metodą SQP (x_{sqp}) . Wymiary w mm.

	x_0	x_{GA}	x_{SQP}
a_1	10.0	10.75	10.85
a_2	9.0	8.03	7.98
a_3	9.0	7.14	7.44
l_1	10.0	12.35	12.19
l_2	10.0	14.06	13.94
t_1	2.0	2.06	2.00
t_2	2.0	2.02	2.02
t_3	2.0	1.9	2.06

Tabela 5.4.4: Rozkład biegunów na płaszczyźnie Z analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź czterorezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego (rys. 5.4.5). Bieguny zostały wyznaczone przy założeniu $f_s = 23GHz$.

i	P_i
1	-0.0384 + j0.9914
2	-0.0384 - j0.9914
3	-0.0970 + j0.9875
4	-0.0970 - j0.9875
5	-0.0550 + j0.9797
6	-0.0550 - j0.9797
7	-0.0790 + j0.9781
8	-0.0790 - j0.9781

W omawianym przypadku modyfikowano osiem zmiennych niezależnych. Liczba wywołań funkcji celu dla pierwszego etapu optymalizacji, algorytmem genetycznym, wyniosła



Rys. 5.4.5: Topologia czterorezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego (Falowód WR-75, wymiary w mm: a = 19.05, b = 9.525, r = 1.5, $a_1 = 10.85$, $a_2 = 7.98$, $a_3 = 7.44$, $l_1 = 12.19$, $l_2 = 13.94$, $t_1 = 2$, $t_2 = 2.02$, $t_3 = 2.06$).

Rys. 5.4.6: Charakterystyki S_{11} i S_{21} czterorezonatorowego, sprzężonego indukcyjnie filtru przed optymalizacją (linia kropkowana) po optymalizacji algorytmem genetycznym (linia kreskowana) i po numerycznym strojeniu techniką gradientową optymalizacji (linia ciągła).

1080 natomiast dla etapu drugiego, przy wykorzystaniu gradientowej techniki poszukiwania ekstremum wartości funkcji celu, 288. Proces optymalizacji trwał 6 godzin i 45 minut. W każdej iteracji procedury optymalizacyjnej struktura filtru analizowana była w dwóch wymiarach przy rozmiarze siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową 240 × 40 oraz wykorzystaniu symetrii obwodu

Ostatni przykład to cylindryczny filtr falowodowy pracujący z rodzajem TE_{11} . Ze względu na symetrię osiową struktury, do analizy układu wykorzystano dwuwymiarowe sformułowanie FD-TD w cylindrycznym układzie współrzędnych. Struktura była optymalizowana przy rozmiarze siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniową 401 × 46 oczek. Topologia układu oraz charakterystyki otrzymane w kolejnych etapach procesu optymalizacji, tj. przy wykorzystaniu globalnie zbieżnej, stochastycznej metody optymalizacji oraz gradientowej techniki minimalizacji wartości funkcji celu typu *B* zilustrowane są na wykresach, odpowiednio, 5.4.7 i 5.4.8.

W tabeli 5.4.5 podano wartości wymiarów geometrycznych struktury, które posłużyły jako wektor parametrów początkowych dla procesu poszukiwania ekstremum funkcji *B* oraz wartości otrzymane w wyniku dwuetapowej optymalizacji układu. Liczba wywołań funkcji celu w przypadku zastosowania algorytmu genetycznego wyniosła 780, natomiast dla zagadnienia przeszukiwania przestrzeni potencjalnych rozwiązań z wykorzystaniem techniki sekwencyjnego programowania kwadratowego (SQP) - 220. Całkowity czas zajętości procesora AMD 1600 MHz podczas realizacji zadania wyniósł 9 godzin 35 minut. Dla uzupełnienia opisu w tabeli 5.4.6 umieszczono przykładowy rozkład biegunów analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź optymalizowanego filtru.


Rys. 5.4.7: Topologia cylindrycznego filtru falowodowego (Wymiary w mm: $d = 7.04, D = 9.0, t = 0.5, d_1 = 4.426, d_2 = 3.222, l_1 = 6.017, l_2 = 5.505$).

Rys. 5.4.8: Charakterystyki S_{11} i S_{21} cylindrycznego filtru falowodowego przed optymalizacją (linia kropkowana), po optymalizacji algorytmem genetycznym (linia kreskowana) i po numerycznym strojeniu techniką gradientową optymalizacji (linia ciągła).

Tabela 5.4.5: Wymiary geometryczne cylindrycznego filtru falowodowego (rys. 5.4.7) przed (x_0) i po optymalizacji alogrytmem genetycznym (x_{GA}) oraz metodą SQP (x_{SQP}). Wymiary w mm.

	x_0	x_{GA}	x_{SQP}
d_1	4.0	4.4	4.426
d_2	4.0	3.14	3.222
l_1	6.0	6.0	6.017
l_2	6.1	6.55	6.505

Tabela 5.4.6: Rozkład biegunów na płaszczyźnie Z analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź cylindrycznego filtru falowodowego (rys. 5.4.7). Bieguny zostały wyznaczone przy założeniu $f_s = 64GHz$.

i	P_i
1	0.1146 + j0.9842
2	0.1146 - j0.9842
3	0.1521 + j0.9792
4	0.1521 - j0.9792
5	0.1322 + j0.9729
6	0.1322 - j0.9729

5.4.5 Efektywność procesu automatycznej syntezy filtrów biegunowych w oparciu o optymalizację

Jako podsumowanie zagadnienia optymalizacji filtrów biegunowych Czebyszewa oraz Butterwortha w tabeli 5.4.7 umieszczono dane dotyczące optymalizacji następujących struktur:

- 1. trójsekcyjnego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego pasmowo-przepustowego (rys. 5.4.1 i 5.4.2),
- 2. czeterosekcyjnego, sprzężonego indukcyjnie filtru falowodowego pasmowo-przepustowego (rys. 5.4.5 i 5.4.6),
- 3. cylindrycznego filtru falowodowego pasmowo-przepustowego (rys. 5.4.7 i 5.4.8).

Wiersze 5 i 6 tabeli 5.4.7 zawierają minimalną oraz maksymalną liczbę iteracji wykonanych podczas analizy struktur utworzonych w procesie optymalizacji. Kilkukrotna różnica wartości wynika z budowy układów znacznie różniących się dobrocią. To z kolei jest konsekwencją dużego wymiaru przestrzeni potencjalnych rozwiązań, a więc szerokich przedziałów zmienności optymalizowanych parametrów. Podane dane dotyczą sytuacji gdy decyzja

	filtr		
paramter	1	2	3
rozmiar siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową	103×21	240×40	401×46
liczba zmiennych niezależnych	6	8	4
liczba wywołań funkcji celu (GA)	950	1080	780
liczba wywołań funkcji celu (SQP)	408	288	220
minimalna liczba iteracji	3120	2670	6150
maksymalna liczba iteracji	18720	19500	31980
całkowity czas optymalizacji (min.)	235	405	575

Tabela 5.4.7: Dane odnoszące się do optymalizacji wybranych filtrów biegunowych

o zakończeniu symulacji danej struktury podejmowana była automatyczne w oparciu o kryterium energetyczne, które definiuje koniec ciągu uczącego.

Należy dodać, iż w niektórych przypadkach symulacja była przerywana bezwarunkowo, z chwilą gdy przekroczona została maksymalna, założona a priori, liczba iteracji. Jest to konieczne, gdyż w trakcie poszukiwania optymalnych wymiarów geometrycznych struktur filtrujących, wobec założenia losowości wyboru wektora wartości początkowych oraz szerokiego zakresu dopuszczalnych zmian optymalizowanych parametrów, niektóre z tworzonych sukcesywnie układów mogą charakteryzować się nadzwyczaj dużą wartością współczynnika dobroci. Analiza obwodów dużej selektywności jest czasochłonna i powoduje obniżenie efektywności procesu jako całości. W celu ograniczenia czasu symulacji struktur o wyjątkowo dużym współczynniku dobroci, tworzonych w trakcie modyfikacji ich wymiarów geometrycznych, założono zatem, iż dla wszystkich optymalizowanych układów czas analizy wyrażony liczba wykonanych iteracji nie może być dłuższy niż z góry przyjęta wartość (dla przytoczonych przykładów 40 tys.). Po osiągnięciu wspomnianej wielkości analiza obwodu jest bezwarunkowo przerywana, po czym budowany jest model sygnału czasowego. Ma to miejsce pomimo, iż nie jest spełnione kryterium energetyczne. W konsekwencji wartości współczynników rozwinięcia sygnału czasowego w szereg tłumionych wykładniczo funkcji harmonicznych obarczone są błędami wynikającymi z niedostosowania ciągu uczącego do dynamiki odpowiedzi czasowej analizowanego układu. Przekłada się to bezpośrednio na wartość funkcji celu. Pamiętając jednak, że metoda optymalizacji stosowana w zagadnieniu syntezy filtrów biegunowych należy do grupy metod stochastycznych, można stwierdzić, iż błędy w oszacowaniu wartości funkcji celu nie wpływaja zasadniczo na zbieżność procesu. Niemal każda konfiguracja wymiarów geometrycznych, prowadząca do utworzenia struktury filtrującej o bardzo dużej wartości współczynnika dobroci jest odrzucana w trakcie optymalizacji, jako że tego typu rozwiązanie cechuje zazwyczaj wysoka wartość funkcji celu.

W trakcie drugiego etapu optymalizacji, z wykorzystaniem gradientowej procedury poszukiwania minimum wartości funkcji celu, konieczność przerwania analizy układu przed osiągnięciem dostatecznie niskiej wartości energii sygnału w porcie wyjściowym nie występuje. W tym przypadku wektor wartości początkowych jest bliski rozwiązaniu optymalnemu, stąd struktury tworzone w trakcie modyfikacji wymiarów geometrycznych układu nie różnią się zasadniczo wartościami współczynnika dobroci. Pozostaje jeszcze kwestia zdefiniowania liczby iteracji, po wykonaniu których symulacja powinna być bezwarunkowo przerywana. Wspomnianą wielkość można oszacować w oparciu o założoną dobroć układu oraz wartość kroku czasowego metody FD-TD. Otóż maksymalną wartość dobroci obwodu można określić na podstawie rozkładu biegunów funkcji analitycznej, aproksymującej odpowiedź filtru o zakładanych właściwościach filtrujących². Dodatkowo, w oparciu o daną wartość kroku czasowego, wynikającą z warunku numerycznej stabilności metody FD-TD, można określić maksymalną liczbę iteracji gwarantującą utworzenie wiarygodnego modelu sygnału czasowego. Jako kryterium bezwarunkowego zakończenia symulacji układu przyjmuje się wielokrotności tej wartości.

Na zakończenie należy jeszcze wspomnieć o kwestii stabilności modeli. Otóż, wybór rzędu modelu w oparciu o zmodyfikowane kryteria AIC oraz MDL eliminuje możliwość utworzenia modeli niestabilnych. W procesie syntezy filtrów biegunowych nie korzysta się ze statystyk AIC i MDL, bowiem rząd modelu wymuszany jest zgodnie z rzędem optymalizowanej struktury filtrującej. Takie podejście może prowadzić do utworzenia modeli, dla których część biegunów funkcji transmisyjnej obwodu znajdzie się poza okręgiem jednostkowym. W praktyce wspomniany efekt nie występuje, gdyż etap ograniczania widma sygnału podczas optymalizacji filtrów gwarantuje stabilność wszystkich modeli, również tych, dla których nie jest spełnione kryterium energetyczne.

5.5 Pełnofalowa synteza przez optymalizację filtrów pseudo-eliptycznych

Wysokie wymagania stawiane współczesnym filtrom mikrofalowym, prowadzą do stopniowego ograniczania zakresu zastosowań filtrów biegunowych. Wspomniane filtry zastępowane są obwodami o elementach rezonansowych sprzęganych skrośnie, których odpowiedź w pasmie zaporowym nie ma charakteru monotonicznego, zaś charakterystyki transmisyjne przyjmują wartości zerowe w określonych punktach na osi częstotliwości. Filtry tego typu cechuje równomierny rozkład błędu aproksymacji odpowiedzi w pasmie przepustowym oraz możliwość niemal arbitralnego umiejscowienia zer transmisyjnych w zakresie częstotliwości pasma zaporowego. Ponieważ zera charakterystyk transmisyjnych mogą znajdować się w dowolnych punktach, to odpowiedź filtrów może być symetryczna, jak również asymetryczna.

Rozszerzeniem struktur rezonatorowych sprzężonych skrośnie są filtry o sprzężeniu źródło-obciążenie [8, 11]. Duża klasę układów omawianego typu stanowią filtry dwu- i wielo- rodzajowe [13, 48, 49, 122]. W strukturach tych fizyczne wnęki rezonansowe połączone są zazwyczaj bezpośrednio, natomiast dodatkowe sprzężenia uzyskuje się między wyższymi rodzajami wzbudzonymi w strukturze. Również jedną z metod realizacji zer transmisyjnych jest zastosowanie elementów sprzęgających silnie zależnych od częstotliwości takich jak sęki falowodowe [9, 10]. Klasyczna synteza wyżej wymienionej kategorii filtrów, oparta na modelach obwodowych, jest bardzo trudna, lub wręcz nie istnieje. W

²Optymalizacja zachodzi przy założeniu bezstratności układu.

tym kontekście szczególnie atrakcyjne wydaje się opracowanie metody automatycznego projektowania układów w procesie optymalizacji.

5.5.1 Funkcja celu dla filtrów pseudo-eliptycznych

W ogólności wspomniane filtry mogą być projektowane z wykorzystaniem procedur optymalizacyjnych, analogicznie jak filtry biegunowe. Oczywiście, w tym przypadku, wymagana jest modyfikacja definicji funkcji celu, bowiem zależność (5.4.1) uwzględnia jedynie położenie biegunów funkcji S_{21} (S_{11}) układu. Charakterystyki transmisyjne filtrów, w ogólności pseudo-eliptycznych, posiadają natomiast zera w pasmie zaporowym i fakt ten musi być uwzględniony w definicji funkcji celu. Ostatecznie zależność (5.4.1) musi być rozszerzona przez dodanie czynnika opisującego położenie zer transmisyjnych.

Nowa definicja funkcji celu przyjmuje postać

$$C = \sum_{i=1}^{M} |Z'_i - Z_i|^2 + \sum_{i=1}^{N} |P'_i - P_i|^2$$
(5.5.1)

gdzie, analogicznie jak w przypadku definicji funkcji celu dla zagadnienia optymalizacji filtrów biegunowych, (P_i) i (Z_i) są odpowiednio zerami mianownika i licznika analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź (S_{21}) optymalizowanego filtru, a (P'_i) oraz (Z'_i) są odpowiednio biegunami i zerami funkcji S_{21} wyznaczonymi dla każdej struktury utworzonej podczas procesu optymalizacji, M i N to liczba zer transmisyjnych oraz biegunów funkcji S_{21} . Nowa funkcja celu określana będzie dalej mianem funkcji typu ZBT.

Podobnie jak w przypadku zależności (5.4.1), pojawia się pytanie o jednoznaczność definicji (5.5.1) funkcji celu oraz o metodę odtworzenia zer i biegunów funkcji S_{21} na podstawie odpowiedzi optymalizowanej struktury filtrującej. Problem ekstrakcji parametrów funkcji zostanie omówiony w dalszej części niniejszego punktu, obecnie przedmiotem dyskusji będzie jednoznaczność definicji funkcji celu.

Definicja (5.5.1) nie zakłada, iż błąd aproksymacji odpowiedzi optymalizowanego filtru musi być równomiernie rozłożony w pasmie przepustowym oraz zaporowym, stąd nie ogranicza się jedynie do zastosowania dla filtrów eliptycznych. W ogólności liczba zer transmisyjnych nie musi więc być równa liczbie biegunów. Część zer funkcji S_{21} może znajdować się w nieskończoności, przy założeniu modelowania układu na płaszczyźnie S, lub w punktach -1 lub 1, w sytuacji modelowania obwodu na płaszczyźnie Z. Część zer może być natomiast umiejscowiona w pasmie zaporowym filtru. W procesie optymalizacji wymiary geometryczne struktury są modyfikowane, tak aby wymusić właściwe położenie jedynie biegunów oraz zer transmisyjnych. Pozostałe zera charakterystyki S_{21} są odrzucane. Oczywiście odrzucone zera w pewnym stopniu determinują kształt funkcji opisującej charakter transmisyjny optymalizowanej struktury. W zależności od położenia zer charakterystyki transmisyjnej optymalizowanego filtru, które dla analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź S_{21} znajdują się w nieskończoności, lub w punktach -1, 1 zmienia się kształt krzywej S_{21} . Efekt ten jest zilustrowany na przykładzie filtru



Rys. 5.5.1: Charakterystyki transmisyjne filtru pasmowo-przepustowego czwartego rzędu. Zilustrowanie zagadnienia jednoznaczności funkcji celu 5.5.1.

pasmowo-przepustowego czwartego rzędu o symetrycznej charakterystyce transmisyjnej (rys. 5.5.1).

W tabeli 5.5.1 umieszczono wartości zer i biegunów funkcji S_{21} wspomnianego filtru. Pierwsza i trzecia kolumny zawierają rozkład zer $(Z_i^{(1)})$ i biegunów (P_i) odpowiadający charakterystyce idealnej, zilustrowanej linią przerywaną na wykresie 5.5.1. W drugiej kolumnie $(Z_i^{(2)})$ zera położone w punktach ±1, a więc zera umiejscowione w nieskończoności na płaszczyźnie S, zastąpiono przez wielkości zespolone o module większym od jedności. Wykres funkcji dla rozkładu zer i biegunów z drugiej i trzeciej kolumny tabeli 5.5.1 przedstawiono linią ciągłą na wykresie 5.5.1.

$Z_i^{(1)}$	$Z_{i}^{(2)}$	P_i
-1.0000	0.0770 - j1.1999	-0.0309 - j0.9921
-1.0000	0.0770 + j1.1999	-0.0309 + j0.9921
0.0783 - j0.9969	0.0783 - j0.9969	0.0309 - j0.9921
0.0783 + j0.9969	0.0783 + j0.9969	0.0309 + j0.9921
-0.0783 - j0.9969	-0.0783 - j0.9969	-0.0136 - j0.9798
-0.0783 + j0.9969	-0.0783 + j0.9969	-0.0136 + j0.9798
1.0000	-0.0680 - j0.9111	0.0136 - j0.9798
1.0000	-0.0680 + j0.9111	0.0136 + j0.9798

Tabela 5.5.1: Wartości zer i biegunów na płaszczyźnie ${\cal Z}$

Wyraźnie widoczna jest różnica między charakterystykami. Oznacza to, że odrzucając w trakcie procesu optymalizacji zera charakterystyki transmisyjnej układu nie leżące w pasmie analizy, traci się część istotnej informacji o funkcji S_{21} , która może być w ogólności w sposób dowolny uzupełniona. Ostatecznie więc definicja (5.5.1) nie jest jednoznaczna. Należy zaznaczyć, że nie ma możliwości wymuszenia jednoznaczności funkcji zakładając, iż odrzucone zera przyjmą ustaloną wartość, bowiem położenie zer nie będących zerami

transmisyjnymi w przypadku jakiejkolwiek fizycznej struktury nie jest znane a priori. Nie można również z góry przyjąć, iż stopień licznika jest równy (lub dwa razy większy w przypadku analizy układu na płaszczyźnie Z) liczbie zer transmisyjnych, bowiem wówczas pojawiają się znaczące błędy przy ekstrakcji ich położenia (zagadnienie to omówione jest w dodatku D).

Ze względu na niejednoznaczność definicji (5.5.1) wprowadza się komplementarną definicję funkcji celu, którą stosować należy po wyznaczeniu wymiarów geometrycznych struktury z użyciem funkcji typu ZBT(5.5.1). Ma ona postać

$$C = \sum_{i=1}^{N} |R'_{i} - R_{i}|^{2} + \sum_{i=1}^{N} |P'_{i} - P_{i}|^{2}$$
(5.5.2)

gdzie (P_i) i (R_i) są odpowiednio, zerami mianownika i licznika analitycznej postaci funkcji aproksymującej odpowiedź (S_{11}) optymalizowanego filtru, a (P'_i) oraz (R'_i) są, odpowiednio, biegunami i zerami funkcji S_{11} wyznaczonymi dla każdego zbioru wartości optymalizowanych parametrów, N to liczba zer odbiciowych oraz liczba biegunów. Ta funkcja określana będzie mianem funkcji typu ZBO.

Tym razem definicja (5.5.2), z dokładnością do stałego współczynnika jest jednoznaczna bowiem liczba zer odbiciowych jest równa liczbie biegunów funkcji S_{11} . Właściwa wartości współczynnika skali jest gwarantowana przez założoną topologię układu oraz jego bezstratność.

5.5.2 Technika ekstrakcji położenia zer i biegunów

Modelując odpowiedni sygnał czasowy w postaci sumy tłumionych wykładniczo funkcji harmonicznych, jak to ma miejsce w przypadku zastosowania metody uogólnionego pęku funkcyjnego, można uzyskać informację odnośnie położenia biegunów funkcji opisującej charakter transmisyjny analizowanego układu. Informacja o położeniu zer charakterystyki S_{21} nie jest dana w sposób jawny i nie ma prostego mechanizmu wyznaczenia ich wartości. Z tego powodu metoda pęku macierzowego nie nadaje się dla celów optymalizacji filtrów w ogólności pseudo-eliptycznych w oparciu o funkcje celu typu ZBT (5.5.1) i ZBO (5.5.2). Posłużono się zatem innym mechanizmem ekstrakcji zer i biegunów, mianowicie skorzystano z metody aproksymacyjnej Cauchy'ego [1,45].

Metoda Cauchy'ego, szczegółowo opisana w dodatku D, umożliwia wyznaczenie odpowiedzi układu w szerokim pasmie na podstawie analizy obwodu jedynie w kilku punktach częstotliwościowych. Technika modeluje charakterystyki optymalizowanych struktur w postaci ilorazu dwóch wielomianów

$$H(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{\sum_{i=0}^{M} a_i s^i}{\sum_{i=0}^{N} b_i s^i}$$
(5.5.3)

Ponieważ dla uogólnionej aproksymacji Czebyszewa zarówno funkcja filtrująca, jak i funkcje opisujące własności transmisyjne i odbiciowe obwodu są funkcjami wymiernymi (dodatek C), zastosowanie metody Cauchy'ego pozwala otrzymać modele o bardzo dużej wiarygodności.

Współczynniki wielomianów funkcji aproksymującej odpowiedzi struktury filtrującej wyznaczane są przez zastosowanie uogólnionej metody najmniejszych kwadratów do rozwiązania układu równań liniowych zespolonych postaci

$$A(s) - H(s)B(s) = \sum_{i=0}^{M} a_i s^i - H(s) \sum_{i=0}^{N} b_i s^i = 0$$
(5.5.4)

lub w formie macierzowej

$$\left[\mathbf{A}\right]_{L\times N}\mathbf{a} - \left[\mathbf{B}\right]_{L\times M}\mathbf{b} = \left[\mathbf{A}, -\mathbf{B}\right]_{L\times M+N} \left[\begin{array}{c} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{array}\right] = \left(\mathbf{C}\right)_{L\times M+N} = \mathbf{0}$$
(5.5.5)

gdzie $s_i = j\omega_i$ przy założeniu modelowania odpowiedzi układu na płaszczyźnie S lub $s_i = \exp(j\omega_i)$, gdy odpowiedź aproksymowana jest na płaszczyźnie Z^3 .

5.5.3 Algorytm optymalizacji dla filtrów pseudo-eliptycznych

Zagadnienie optymalizacji struktur filtrujących w oparciu o definicję (5.5.1) i (5.5.2) oraz analizę czasową układów można podzielić na kilka faz:

- W pierwszej kolejności definiuje się właściwości filtrujące układu o zadanej topologii przez wyznaczenie analitycznych postaci funkcji aproksymujących odpowiedzi S_{21} i S_{11} obwodu i na tej podstawie określa się położenie zer i biegunów funkcji S_{21} i S_{11} . Przyjęta topologia musi gwarantować spełnienie założeń projektowych.
- Wywołanie funkcji celu w procesie optymalizacji wiąże się z wykonaniem pełnofalowej analizy filtru. Symulacja optymalizowanej struktury filtrującej w dziedzinie czasu prowadzona jest do chwili, gdy energia sygnałów we wrotach układu osiągnie dostatecznie niską wartość, co jest równoważne spełnieniu zdefiniowanego, a priori, kryterium energetycznego (rozdział 3). Z chwilą zakończenia symulacji, zarejestrowane w portach układu przebiegi czasowe są modelowane z wykorzystaniem metody uogólnionego pęku funkcyjnego. Kluczowe parametry struktur modelujących,

³Dla zagadnienia optymalizacji nie ma znaczenia czy struktura filtrująca modelowania jest jako układ analogowy, czy cyfrowy. Odmienność sposobu aproksymacji na płaszczyźnie S oraz Z wynika z konieczności transformacji odpowiedzi optymalizowanych struktur do ich prototypu dolnoprzepustowego, gdy układ traktowany jest jako obwód analogowy, natomiast w przypadku modelowania na płaszczyźnie Z analogiczne przekształcenie nie jest wykonywane. Konsekwencją jednak modelowania odpowiedzi układu na płaszczyźnie Z jest znacznie bardziej złożona procedura wyznaczania biegunów i zer odniesienia tj. wartości charakteryzujących idealną funkcję aproksymującą odpowiedź struktury filtrującej. W tym wypadku niezbędna jest transformacja prototypu dolnoprzepustowego do postaci filtru pasmo-przepustowego oraz przejście z płaszczyźny S na płaszczyźnie Z, w drodze przekształcenia dwuliniowego.

mianowicie: początek i koniec ciągu, w oparciu o który modele są tworzone, współczynniki decymacji silnie nadpróbkowanych sygnałów oraz rzędy modeli ustalane są automatycznie na podstawie kryteriów opisanych w rozdziale 3.

- Analogicznie jak w przypadku optymalizacji w oparciu o funkcję celu typu ZεS (5.3.15), każdy z czterech sygnałów czasowych w porcie jest modelowany niezależnie. Otrzymane analityczne wyrażenia opisujące odpowiedź długoterminową układu w dziedzinie częstotliwości sumowane są z obliczonymi numerycznie transformatami Fouriera przebiegów czasowych stanowiących odpowiedzi krótkookresowe, obejmujące swym zakresem stany przejściowe. W oparciu o wspomniane charakterystyki częstotliwościowe, wyznaczane są parametry rozproszenia struktury w minimum 2M+1 punktach rozłożonych równomiernie w pasmie obejmującym położenie zer transmisyjnych. Wyznaczone wartości stanowią dane do aproksymacji odpowiedzi układu za pomocą funkcji wymiernej. Współczynniki licznika oraz mianownika funkcji, obliczone w oparciu o metodę Cauchy'ego, są kolejno formowane w macierze stowarzyszone, których wartości własne odpowiadają zerom i biegunom funkcji aproksymującej.
- Wyznaczana jest wartość funkcji celu.
- Powyższą procedurę powtarza się ze zmienionymi za każdym razem wymiarami geometrycznymi optymalizowanej struktury, tak długo aż wartość funkcji celu typu ZBT(5.5.1) osiągnie minimum.

Z chwilą gdy proces minimalizacji zostanie zakończony, uzyskany wektor wymiarów geometrycznych struktury filtrującej traktowany jest jako zbiór parametrów wejściowych dla drugiego etapu optymalizacji, w którym wykorzystuje się funkcję celu typu ZBO (5.5.2). Przed przystąpieniem do tej fazy procesu zawęża się zakres zmienności optymalizowanych parametrów, co odpowiada ograniczeniu przedziałów wartości jakie mogą przyjmować wymiary geometryczne struktury.

5.5.4 Specyfika modelowania sygnałów czasowych w optymalizacji filtrów pseudo-eliptycznych

Algorytm nakreślony powyżej różni się zasadniczo od zaproponowanej w punkcie 5.4.4 metody automatycznego projektowania filtrów biegunowych. Odmienność podejścia dotyczy miedzy innymi techniki doboru rzędów modeli sygnałów czasowych. Przy filtrach biegunowych stopień złożoności modeli był wymuszany zgodnie z topologią optymalizowanego filtru, a sygnał czasowy przepuszczany przez kaskadę filtrów ograniczających widmo sygnału. Wymuszanie rzędu, a zwłaszcza dodatkowa filtracja w przypadku optymalizacji filtrów pseudo-eliptycznych jest niedopuszczalna, bowiem prowadzi do błędów w odtworzeniu charakterystyk rozproszenia układu.

Ponieważ definicja funkcji celu dla zagadnienia optymalizacji filtrów pseudo-eliptyczych bazuje na odpowiedzi układu w dziedzinie częstotliwości, rzędy modeli powinny być szacowane w oparciu o zmodyfikowane kryteria AIC i MDL. Wymuszanie rzędów, a ściślej ustalenie ich wartości zgodnie ze stopniem złożoności optymalizowanych struktur, nawet przy założeniu ograniczania widma sygnału, analogicznie jak dla zagadnienia optymalizacji filtrów biegunowych, może prowadzić do błędów w odtwarzaniu amplitud rozwinięcia ciągu czasowego w szereg tłumionych wykładniczo funkcji harmonicznych. W przypadku optymalizacji układów z wykorzystaniem funkcji celu typu B (5.4.1) amplitudy modeli nie były obliczane, stąd wybór rzędów równy stopniowi złożoności optymalizowanych struktur filtrujących gwarantował poprawność modeli. Ograniczanie widma sygnału w drodze filtracji prowadzi do zniekształceń modelowanych sygnałów. O ile powstająca deformacja nie ma znaczącego wpływu na odtworzenie biegunów analizowanych struktur, to dla uzyskania prawidłowych wartości pozostałych współczynników modeli jest ona istotna. W sytuacji, gdy przyjęta definicja funkcji celu pośrednio opiera się na odpowiedzi układu w dziedzinie częstotliwości, wymuszanie rzędów modeli może prowadzić do tworzenia struktur modelujących niskiej jakości.

Oczywiście można dokonać modyfikacji metody uogólnionego pęku funkcyjnego, tak aby przy narzuconym rzędzie oraz przy założeniu ograniczania widma modelowanego sygnału przebiegi czasowe były odtwarzane z wysoką dokładnością. Wspomniana modyfikacja bazuje na obliczaniu wartości biegunów w oparciu o sygnał czasowy o ograniczonym widmie, zespolone amplitudy modelu wyznacza się natomiast przez rozwiązanie problemu najmniejszych kwadratów, ale z użyciem ciągu czasowego nie przepuszczonego przez kaskadę filtrów pasmowo-przepustowych. Modyfikacja, choć możliwa, wydaje się jednak niepotrzebna.

5.5.5 Przykłady automatycznego projektowania filtrów pseudoeliptycznych

W celu zilustrowania efektywności opisanej metody w procesie automatycznej syntezy pełnofalowej zaprojektowano trzy struktury filtrujące. Układy pokazane na rysunkach 5.5.2 i 5.5.5 złożone są z silnie dyspersyjnych elementów sprzegających [9,10], co gwarantuje uzyskanie zarówno symetrycznych, jak i asymetrycznych charakterystyk S_{21} . W przypadku obwodu przestawionego na rysunku 5.5.8 zastosowanie sprzężenia źródło-obciążenie wymusza pojawienie się zer w charakterystyce transmisyjnej układu [8,11]. Wstępne wymiary geometryczne, mianowicie szerokości i długości przesłon sprzęgających oraz długości wnek rezonansowych, wszystkich trzech struktur wybrano losowo z zakresu zmienności poszczególnych parametrów. Ze względu na pominięcie etapu syntezy układów w ujęciu klasycznym, przyjęto stosunkowo szerokie przedziały dopuszczalnych zmian wymiarów fizycznych, stąd w większości przypadków charakterystyki odpowiadające wymiarom wstępnym nie przypominają odpowiedzi struktur filtrujących (linie przerywane rys. 5.5.3, 5.5.6 i 5.5.9). Proces optymalizacji zachodził dwuetapowo, przy zastosowaniu definicji funkcji celu ZBT (5.5.1) oraz ZBO (5.5.2). W pierwszej fazie obliczeń stosowany była metoda ewolucyjna optymalizacji w postaci algorytmu genetycznego, w drugiej gradientowa metoda sekwencyjnego programowania kwadratowego (SQP).

Analogicznie jak w przypadku optymalizacji filtrów biegunowych, w algorytmie genetycznym wymiary geometryczne optymalizowanych struktur zostały zakodowane w naturalnym kodzie dwójkowym z błędem dyskretyzacji nie mniejszym niż 0.01mm. We wszystkich obliczeniach liczność populacji potencjalnych rozwiązań była stała i równa 52. Także prawdopodobieństwa krzyżowania oraz mutacji były ustalone odpowiednio na 0.7 i 0.01. Ocenę działania algorytmu podejmowano na podstawie najlepszych rozwiązań z 40 po-koleń. W przypadku, gdy kolejne 3 generacje nie przynosiły znaczącej zmiany wartości funkcji celu, algorytm kończył działanie, a za optymalne rozwiązanie uznawano najniższą wartość funkcji osiągniętą dotychczas.

W pierwszej kolejności, w procesie optymalizacji, zaprojektowano falowodowy filtr pasmowo-przepustowy drugiego rzędu o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających (rys. 5.5.2). W drodze sukcesywnej modyfikacji wymiarów geometrycznych struktury poszukiwane były wartości gwarantujące realizację układu filtrującego o pasmie przepustowym 200 MHz, częstotliwości środkowej 11.7 GHz, stratach odbiciowych rzędu -20 dB oraz zerach transmisyjnych w punktach 11.1 GHz oraz 12.3 GHz. Wykres 5.5.3 ilustruje charakterystyki odpowiadające wstępnym wymiarom geometrycznym struktury przyjętym za wektor wartości początkowych dla procesu minimalizacji funkcji celu oraz odpowiedź układu stanowiącą rezultat optymalizacji. W rozpatrywanym przypadku, w każdym kroku poszukiwania minimalnej wartości funkcji ZBT (5.5.1) modyfikowanych było 9 niezależnych zmiennych odpowiadających poszczególnym wymiarom geometrycznym układu.



Rys. 5.5.2: Struktura filtru pasmowo-przepustowego drugiego rzędu z silnie dyspersyjnymi elementami sprzęgającymi (Wymiary w mm. $a = 19.05, b = 9.525, a_1 = 10.708, a_2 = 7.093, l_1 = 13.284, l_2 = 2.000, l_3 = 13.492, l_4 = 2.000, l_5 = 9.338, h_1 = 21.262, h_2 = 9.530, r = 1.5).$

Rys. 5.5.3: Parametry rozproszenia falowodowego filtru pasmowoprzepustowego drugiego rzędu o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających przed optymalizacją (linia przerywana) i po optymalizacji (linia ciągła).

W wyniku zastosowania algorytmu genetycznego oraz funkcji celu typu ZBT, uzyskano zakładaną odpowiedź filtru jedynie w odniesieniu do położenia zer charakterystyki transmisyjnej układu. Niestety wartość strat odbiciowych w pasmie przenoszenia filtru przy uzyskanych wymiarach geometrycznych układu okazała się nie do zaakceptowania (rys. 5.5.4).



Rys. 5.5.4: Kolejne etapy optymalizacji filtru falowodowego drugiego rzędu o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających. Charakterystyki otrzymane po optymalizacji algorytmem genetycznych (linia kropkowana), metodą SQP (linia ciągła) oraz przy wymuszeniu zmiany położenia tylko jednego zera transmisyjnego (linia kreskowana).

W ogólności wartość strat odbiciowych w pasmie przepustowym filtru jest zależna od położenia zer transmisyjnych. Rząd struktury filtrującej oraz zakładana maksymalna wartość S_{11} (S_{22}) w pasmie determinuje stopień selektywności układu. Innymi słowy, minimalna odległość zer transmisyjnych w stosunku do pasma przenoszenia układu zależy od strat odbiciowych oraz złożoność struktury [9]. W rozważanym przypadku układ filtrujący, drugiego rzędu o elementach silnie dyspersyjnych oraz przyjętych właściwościach filtrujących, nie jest realizowalny. Nie istnieje zbiór wartości parametrów definiujacych wymiary geometryczne struktury, dla którego spełnione byłyby założenia projektowe. W zaistniałej sytuacji można zmienić specyfikację struktury i rozpocząć ponownie proces, jednak cechą charakterystyczną proponowanej metody projektowania obwodów filtrujących jest możliwość kontynuowania optymalizacji, mimo że charakterystyka otrzymana w drodze minimalizacji wartości funkcji typu ZBT nie spełnia wymagań. Traktując uzyskany rezultat optymalizacji prowadzonej w oparciu o definicję ZBT jako zbiór początkowych wartości parametrów dokonuje się dalszej sukcesywnej modyfikacji wymiarów geometrycznych struktury oceniajac kolejne rozwiązania na podstawie funkcji celu typu ZBO. Opisane podejście było wprowadzone w celu usunięcia niejednoznaczności definicji funkcji ZBT, nie mniej może być, w pewnym zakresie, również wykorzystane w przypadku braku realizowalności założeń projektowych⁴. Ponieważ definicja funkcji ZBO nie uwzględnia położenia zer transmisyjnych, stąd kosztem zazwyczaj osłabienia selektywności filtru można uzyskać założoną wartość strat odbiciowych, co zilustrowane jest na wykresie 5.5.4.

Należy zaznaczyć, iż nie ma przeszkód aby poszczególne czynniki obu definicji ZBT oraz

⁴Struktura filtru musi mieć zdolność realizacji założonej liczby zer transmisyjnych. Brak realizowalności odnosi się do niemożności spełniania relacji miedzy położeniem zer transmisyjnych, szerokością pasma przepustowego a poziomem start odbiciowych.

ZBO połączyć, tworząc równanie, w oparciu o które możliwa jest równoczesna ocena bieżącego rozwiązania pod względem zarówno położenia zer transmisyjnych, jak i poziomu strat odbiciowych. Umieszczając wektory wagowe przed wspomnianymi czynnikami można miedzy innymi wymusić zmianę położenia jednego z zer charakterystyki transmisyjnej, utrzymując pozostałe wartości w ustalonej pozycji. Efekt ten zilustrowany jest linią przerywaną na wykresie (5.5.4).

Liczba wywołań funkcji celu (5.5.1), dla zagadnienia optymalizacji falowodowego filtru drugiego rzędu o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających algorytmem genetycznym wyniosła 1530 natomiast minimalizacja funkcji ZBO (5.5.2) metodą SQP wymagała przeprowadzenia symulacji 520 razy. Całkowity czas optymalizacji przy wielkości siatki 161×112 wyniósł 18 godzin i 20 minut.

Kolejnym przykładem zastosowania omówionej w niniejszym punkcie metody jest tym razem filtr falowodowy trzeciego rzędu o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających (rys. 5.5.5). Obecność sęków falowodowych działających jako inwertery impedancji gwarantuje wystąpienie zer w charakterystyce transmisyjnej układu [9]. W tym przypadku modyfikowano 11 zmiennych niezależnych w celu znalezienia wartości gwarantujących realizację układu filtrującego o szerokości pasma przepustowego 100 MHz, częstotliwości środkowej 11.05 GHz, stratach odbiciowych -20 dB oraz zerach charakterystyki transmisyjnej w punktach 10.8 GHz i 11.3 GHz. Liczba wywołań funkcji celu dla zagadnienia optymalizacji układu metodą ewolucyjną w postaci algorytmu genetycznego wyniosła 1620. Wspomniana wartość odnosi się do pierwszego etapu optymalizacji, mianowicie poszukiwania minimalnej funkcji celu typu ZBT. W drugim etapie optymalizacji wykorzystano algorytm gradientowy SQP, dla którego liczba wywołań funkcji celu ZBO była równa 780. Całkowity czas optymalizacji przy rozmiarze siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową 320 × 89 wyniósł 22 godziny i 25 minut. Na wykresie 5.5.6 zilustrowano otrzymane w wyniku optymalizacji charakterystyki rozproszenia układu.

Powyższy przykład został wybrany w celu zilustrowania zagadnienia przeparametryzowania modeli matematycznych aproksymujących S_{21} oraz S_{11} . Problem, zasygnalizowany podczas dyskusji nad jednoznacznością definicji ZBT, zostanie obecnie omówiony szerzej.

Zastosowanie definicji ZBT lub ZBO w procesie optymalizacji jest możliwe jedynie przy założeniu zachowania zgodności stopnia mianownika funkcji wymiernej, aproksymującej odpowiedź układu, oraz rzędu modelowanej struktury filtrującej. Liczba pierwiastków wielomianu mianownika musi być równa liczbie biegunów odniesienia, która jest w ogólności proporcjonalna do rzędu optymalizowanego filtru. Stopień licznika nie może być natomiast mniejszy niż liczba zer charakterystyki transmisyjnej układu. Powyższe założenia muszą być spełnione w przypadku modelowania układu na płaszczyźnie S, gdzie pojawia się konieczność sprowadzenia analizowanego obwodu do prototypu dolnoprzepustowego, w celu zapewnienia dobrego uwarunkowania metody aproksymacyjnej. W sytuacji gdy struktura filtrująca modelowania jest jako układ cyfrowy, stopień mianownika musi być dwa razy wyższy niż rząd optymalizowanego filtru oraz analogicznie dwukrotnie wyższy musi być stopień licznika. Wyznaczając analityczną postać funkcji wymiernej charakteryzującej własności transmisyjne układu (dodatek C) zakłada się, że stopień licznika jest





Rys. 5.5.5: Struktura filtru trzeciego rzędu z elementami dyspersyjnymi (Falowód WR-75, (wymiary w mm): $a = 19.05, b = 9.525, a_1 = 10.663,$ $a_2 = 9.100, l_1 = 18.005, l_2 = 14.948, l_3 = 7.904,$ $l_4 = 16.847, l_5 = 3.124, l_6 = 32.289, l_7 = 14.964,$ $h_1 = 16.798, h_2 = 23.000, r = 1.5$).

Rys. 5.5.6: Parametry rozproszenia filtru falowodowego pasmowoprzepustowego trzeciego rzędu o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających przed optymalizacją (linia przerywana) oraz po optymalizacji (linia ciągła).

co najmniej równy stopniowi mianownika, stąd część pierwiastków licznika⁵ znajdzie się w nieskończoności na płaszczyźnie S lub w punktach ±1 na płaszczyźnie Z. W procesie optymalizacji wymiary geometryczne struktury filtrującej o zadanej topologii są sukcesywnie modyfikowane, aż do chwili, gdy bieguny oraz zera funkcji opisujących charakter transmisyjny oraz odbiciowy układu nie osiągną założonego położenia. Zera nie leżące na osi urojonych na płaszczyźnie S lub na okręgu jednostkowym na płaszczyźnie Z są odrzucane. Ponieważ w praktyce struktury analizowane są w ograniczonym zakresie częstotliwości, pierwiastki wielomianu licznika funkcji wymiernej aproksymującej odpowiedź układu, nie będące zerami transmisyjnymi będą przyjmować wartości skończone lub wartości różne od 1 lub -1 w zależności od tego czy układ modelowany jest na płaszczyźnie S lub Z. Zera te nie mogą być uwzględnione w procesie optymalizacji, bowiem ich położenie nie jest znane.

Na wykresie 5.5.7 zilustrowano położenie biegunów i zer funkcji S_{21} stanowiącej odpowiedź falowodowego filtru trzeciego rzędu o elementach dyspersyjnych, po optymalizacji jego wymiarów geometrycznych. Charakterystyka transmisyjna posiada dwa zera lokujące się na okręgu jednostkowych oraz jedno zero przyjmujące wartość zespoloną. Zero zaznaczone linią przerywaną na wykresie 5.5.7 jest w procesie optymalizacji odrzucane.

Ostatnim przykładem struktury filtrującej, której wymiary geometryczne otrzymano w drodze optymalizacji, minimalizując wartość funkcji celu typu ZBT w pierwszej fazie oraz kolejno funkcję typu ZBO w drugim etapie, jest indukcyjny filtr falowodowy o sprzężeniu źródło-obciążenie. Topologia filtru zobrazowana jest na rysunku 5.5.8. Jest to ta sama struktura, której wymiary geometryczne optymalizowano wykorzystując funkcję celu ty-

 $^{^5{\}rm W}$ przypadku funkcji aproksymującej odpowiedź filtru eliptycznego liczba zer transmisyjnych równa jest liczbie biegunów.



Rys. 5.5.7: Rozkład zer i biegunów filtru o odpowiedzi zilustrowanej na wykresie 5.5.6.



Rys. 5.5.8: Struktura filtru falowodowego ze sprzężeniem źródło-obciążenie (Falowód WR-75, (wymiary w mm), $a = 19.05, b = 9.525, l_1 = 20.687, l_2 = 4.979, l_3 = 3.8, l_4 = 2.492, l_5 = 11.900, l_6 = 0.321, a_1 = 3.617, a_2 = 5.963, a_3 = 4.501)$

Rys. 5.5.9: Parametry rozproszenia filtru falowodowego ze sprzężeniem źródło-obciążenie przed optymalizacją (linia przerywana) oraz po optymalizacji (linia ciągła).

pu Z ε S. Tym razem jednak wartości wstępne parametrów wybrano losowo z przedziału ich dopuszczalnej zmienności. Przy zastosowaniu algorytmu genetycznego oraz funkcji celu uwzględniającej położenie zer transmisyjnych, całkowita liczba ocenionych rozwiązań wyniosła 1456, natomiast liczba wywołań funkcji celu typu ZBO wraz z numerycznie wyznaczonymi gradientami, których wartości są obliczane w celu określenia kierunku przeszukiwania przestrzeni potencjalnych rozwiązań przez metodę SQP, była równa 420. Czas niezbędny do określenia wymiarów struktury gwarantujących realizacje założeń projektowych wyniósł 14 godzin i 10 minut. Siatka dyskretyzująca przestrzeń obliczeniową miała

wymiar $125\times87,$ a układ symulowano na PC wyposażonym w procesor AMD 1600 MHz. Warto zwrócić uwagę, że startując z losowego punktu uzyskano tę samą strukturę co w przypadku analizowanym z wykorzystaniem funkcji celu typu Z εS i dobrze dobranym punktem startowym.

5.5.6 Efektywność procesu automatycznej syntezy filtrów pseudo-eliptycznych w oparciu o optymalizację

Jako podsumowanie pełnofalowej syntezy filtrów pseudo-eliptycznych w drodze optymalizacji struktur o założonej topologii w tabeli 5.5.2 umieszczono dane uzyskane w trakcie poszukiwania optymalnych wymiarów następujących układów:

- 1. pasmowo-przepustowego filtru falowodowego drugiego rzędu o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających (rys. 5.5.2 i 5.5.3),
- 2. pasmowo-przepustowego filtru falowodowego trzeciego rzędu o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających (rys. 5.5.5 i 5.5.6),
- 3. pasmowo-przepustowego filtru falowodowego o sprzężeniu typu źródło-obciążenie (rys. 5.5.8 i 5.5.9).

	filtr		
parametr	1	2	3
rozmiar siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową	161×112	320×89	125×87
liczba zmiennych niezależnych	9	11	8
liczba wywołań funkcji celu (GA)	1530	1620	1456
liczba wywołań funkcji celu (SQP)	520	780	420
minimalna liczba iteracji	9376	11652	6724
maksymalna liczba iteracji	52416	61668	32882
całkowity czas optymalizacji (min.)	1100	1345	850

Tabela 5.5.2: Dane odnoszące się do optymalizacji filtrów pseudo-eliptycznych

Wiersze 5 i 6 tabeli 5.5.2 zawierają maksymalną oraz minimalną liczbę iteracji wykonanych podczas symulacji struktur utworzonych w procesie sukcesywnej modyfikacji ich wymiarów geometrycznych. Powyższe wartości, określone w oparciu o kryterium energetyczne, definiują zarówno koniec fragmentu ciągu czasowego stanowiącego podstawę ekstrakcji współczynników modeli oraz całkowitą liczbę iteracji wykonanych podczas symulacji obwodów. Ze względu na losowy wybór wektora wartości wstępnych wymiarów geometrycznych optymalizowanych struktur oraz przyjęcie szerokiego zakresu dopuszczalnych zmian optymalizowanych parametrów różnica czasu obliczeń wyrażona liczbą iteracji miedzy między najkrótszym, a najdłuższym okresem symulacji jest bardzo duża. Dla filtru trzeciego rzędu, o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających (kolumna 2 tabeli 5.5.2), stosunek maksymalnej od minimalnej liczby iteracji wynosi blisko 6:1. Zróżnicowanie liczby iteracji niezbędnych do właściwego, pod kątem konstrukcji modeli, scharakteryzowania układów jest konsekwencją tworzenia w trakcie optymalizacji układów o bardzo różnej selektywności. Jest to podstawowy powód tak znaczących rozbieżności w czasie symulacji, bowiem poprzez odpowiednie zdefiniowanie zakresów zmienności wymiarów geometrycznych struktur, ograniczono możliwość redukcji kroku czasowego, wynikającego z niejednorodnej siatki dyskretyzującej przestrzeń obliczeniową.

Analogiczne jak w przypadku optymalizacji filtrów biegunowych, ze względu na możliwość tworzenia struktur o bardzo dużym współczynniku dobroci, symulacja układów była bezwarunkowo przerywana po wykonaniu określonej, a priori, liczby iteracji (dla omawianego zagadnienia 70 tys. iteracji). W sytuacji gdy konstrukcja modeli jest sztucznie wymuszana jako konsekwencja zbyt powolnego zaniku energii w portach obwodu, fragmenty przebiegów stanowiących podstawę ekstrakcji ich współczynników nie są odpowiednio dostosowane do dynamiki odpowiedzi czasowej analizowanego układu. Stąd uzyskane za pośrednictwem modelowania charakterystyki częstotliwościowe oraz rozkłady zer i biegunów funkcji transmisji i odbicia, a tym samym wartości funkcji celu, obarczone są błędami. Ponownie, fakt ten nie wpływa zasadniczo na zbieżność procesu optymalizacji, bowiem stosowana metoda, w oparciu o którą sukcesywnie poszukiwane są właściwe wymiary geometryczne struktury, należy do grupy metod stochastycznych. Dlatego wspomniane rozwiązania mogą być odrzucone bez większych konsekwencji, szczególnie, że cechuje je wysoka wartość funkcji celu. W trakcie drugiego etapu optymalizacji z wykorzystaniem funkcji celu typu ZBO oraz procedury poszukiwania jej minimum, wykorzystującej wartość gradientu w celu określenia kierunku poszukiwania optymalnego rozwiązania, podobny efekt nie występuje, ze względu na podobieństwo wektora wartości początkowych do wartości optimum. Ostatecznie struktury tworzone w trakcie modyfikacji wymiarów geometrycznych układu nie różnia się znacząco wartościami współczynników dobroci, wiec nie istnieje konieczność przedwczesnego przerywania symulacji układów.

Przy zastosowaniu metody Cauchy'ego dla zagadnienia optymalizacji pojawia się dodatkowy problem, mianowicie model obwodu, w postaci funkcji wymiernej utworzony w oparciu o charakterystykę częstotliwościową układu, może być niestabilny. Jakkolwiek wspomnianego efektu nie zaobserwowano podczas optymalizacji opisanych powyżej struktur, nie należy wykluczać pojawienia się takiej możliwości. Podobnie jak w przypadku przedwczesnego zakończenia symulacji oraz utworzenia modeli pomimo że kryterium energetyczne nie jest spełnione, konstrukcja modeli niestabilnych nie wpływa na zbieżność pierwszego etapu procesu optymalizacji, bowiem model niestabilny jest w naturalny sposób karany wysoką wartością funkcji celu. W przypadku, gdy stosowania jest metoda gradientowa optymalizacji, co ma miejsce w drugim etapie poszukiwania wymiarów geometrycznych struktury gwarantujących spełnienie wcześniej przyjętych założeń projektowych, wartość funkcji celu, wyznaczona w oparciu o rozkład biegunów i zer odpowiadający modelom niestabilnym, może dostarczać nadal istotnych informacji potrzebnych do określenia właściwego kierunku przeszukiwań przestrzeni potencjalnych rozwiązań. Ostatecznie konstrukcja modeli niestabilnych, dla zagadnienia optymalizacji filtrów pseudo-eliptycznych w ujęciu przedstawionym w niniejszym rozdziale, nie wpływa na zbieżność procesu jako całości.

5.6 Zwiększenie efektywności optymalizacji filtrów w dziedzinie czasu

Na podstawie danych czasów pełnofalowej syntezy filtrów można stwierdzić, że pomimo znacznego zwiększenia efektywności obliczeniowej metody analizy struktur o złożonych trójwymiarowych kształtach w dziedzinie czasu, przez wykorzystanie techniki modelowania sygnałów czasowych, proces optymalizacji układów filtrujących jest wciąż stosunkowo czasochłonny. Oczywiście główną przyczyną tego faktu jest wolny zanik energii sygnałów w analizowanych strukturach. Dalsza redukcja czasu optymalizacji, nie jest już w ogólności możliwa, bowiem nie tyko dokonano znacznej poprawy skuteczności metody różnic skończonych stosując modelowanie sygnałów czasowych, ale również wprowadzono kryterium pozwalające na zakończenie symulacji układów zależnie od wartości ich współczynnika dobroci⁶.

Okazuje się jednak, że proces optymalizacji szerokiej klasy złożonych struktur filtrujących w dziedzinie czasu można, mimo wszystko, przyspieszyć, korzystając, w pewnym zakresie, z klasycznej teorii syntezy filtrów oraz technik analizy rodzajowej powszechnie stosowanych w metodach operujących w dziedzinie częstotliwości. Jednym z etapów procesu projektowania filtrów w ujęciu tradycyjnym jest identyfikacja wymiarów struktury falowodowej na podstawie wartości elementów schematu obwodowego, lub współczynników macierzy sprzężeń oraz korekcja otrzymanych wymiarów przez analizę pełnofalową odseparowanych elementów składowych układu w pętli optymalizacyjnej.

Proponowane zwiększenie efektywności procedury poszukiwania optymalnych wymiarów geometrycznych danej struktury filtrującej bazuje na zastąpieniu analizy całego obwodu modelowaniem elektromagnetycznym izolowanych nieciągłości falowodowych wchodzących w skład układu, połączonych odcinkami prowadnic o znanych właściwościach. Struktura filtru rozkładana jest na pojedyncze segmenty, przy czym każdy segment charakteryzowany jest wielorodzajową macierzą rozproszenia. Odpowiedź filtru w dziedzinie częstotliwości otrzymywana jest przez kaskadowe połączenie wyznaczonych wielorodzajowych macierzy S.

Konstrukcja uogólnionej macierzy rozproszenia wymaga wielokrotnej symulacji układu metodą FD-TD. W celu otrzymania wielorodzajowej macierzy S o wymiarze 6×6 dla dwuportowego układu symetrycznego i wzajemnego niezbędna jest 6-krotna analiza [85]. Ze względu jednak na bardzo niską zazwyczaj wartość współczynnika dobroci odseparowanych elementów składowych struktury filtrującej, symulacja ich wymaga niewielkiej liczby iteracji, stąd całkowity czas utworzenia wielorodzajowych macierzy rozproszenia może być krótszy, niż czas analizy pełnej struktury.

⁶Efektywność procesu optymalizacji z wykorzystaniem modelowania pełnofalowego zależy od dwóch czynników, mianowicie czasu analizy pojedynczej struktury oraz liczby wywołań symulatora elektromagnetycznego. Zatem pewien stopień swobody pozostaje jeszcze w wyborze procedury optymalizacyjnej. Teoretycznie, poprzez odpowiedni dobór algorytmu optymalizacji dla danego zagadnienia możliwe jest dodatkowe ograniczenie sumy wywołań funkcji celu. Wspomniany problem wykracza jednak poza zakres niniejszej rozprawy.

Dla pewnej klasy filtrów o bezpośrednim sprzężeniu wnęk rezonansowych można dodatkowo ograniczyć analizę do rodzaju podstawowego, przez co, łącząc odpowiednie macierze w kaskadę, uzyskuje się przybliżenie odpowiedzi częstotliwościowej filtru. Nawet jeżeli analiza jednorodzajowa nie jest dostatecznie dokładna, to wymiary geometryczne otrzymane w procesie optymalizacji z wykorzystaniem przybliżonych charakterystyk układu w konstrukcji funkcji celu mogą stanowić bardzo dobry zbiór parametrów początkowych dla poszukiwania minimum wybranej funkcji celu przez analizę struktury jako całości.

Na koniec można wspomnieć, iż istnieje możliwość tworzenia wielowymiarowych modeli odseparowanych elementów z wykorzystaniem analizy FD-TD, a następnie przeprowadzenia optymalizacji w dziedzinie częstotliwości przy zastąpieniu elementów ich modelami [94]. Możliwe jest również podejście hybrydowe, w którym łączy się modele wielowymiarowe z analizą FD-TD prowadzoną na bieżąco.

5.6.1 Algorytm optymalizacji filtrów z uwzględnieniem segmentacji struktury

Proces optymalizacji przy założeniu segmentacji struktury filtrującej można podzielić na kilka etapów.

• W pierwszej kolejności określa się własności filtrujące układu przez zdefiniowanie analitycznej postaci funkcji wymiernych opisujących charakter transmisyjny i odbiciowy filtru oraz przyjmuje się topologię obwodu (rys. 5.6.1). W oparciu o funkcję wymierną wyznacza się położenie zer i begunów.



Rys. 5.6.1: Struktura filtrująca z silnie dyspersyjnymi elementami sprzęgającymi.

Struktura filtrująca, której wymiary geometryczne będą optymalizowane, musi mieć zdolność realizacji założeń projektowych oraz topologię nadającą się do segmentacji.

- Topologia filtru dzielona jest na elementy składowe (rys. 5.6.2), w postaci nieciągłości i łączących je odcinków prowadnic falowych. Inaczej niż w przypadku metody dopasowania pól, płaszczyzny odniesienia są nieco odsunięte od samej nieciągłości.
- Kolejno uruchamiana jest procedura optymalizacyjna. Każde wywołanie funkcji celu oznacza rozpoczęcie pełnofalowej analizy poszczególnych nieciągłości (lub ich grupy) wchodzących w skład struktury filtrującej (rys. 5.6.3 i 5.6.4). Decyzja o zakończeniu symulacji podejmowana jest automatyczne w oparciu o kryterium energetyczne (rozdział 3). W zależności od wartości energii w końcowej fazie symulacji, zarejestrowane



Rysunek 5.6.2: Filtr pasmowo-przepustowy z silnie dyspersyjnymi elementami sprzęgającymi rozłożony na składowe komponenty.



Rys. 5.6.3: Sęk falowodowy stanowiący część składową filtru pasmowoprzepustowego o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających.



nym stanowiąca część składową filtru pasmowo -przepustowego o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających.

w portach sygnały czasowe są modelowane, lub wspomniany etap jest pomijany w celu redukcji kosztów numerycznych i przyspieszenia procesu jako całości.

- Dla każdej część składowej optymalizowanej struktury filtrującej wyznaczana jest macierz rozproszenia. (W ogólności może to być wielorodzajowa macierz S otrzymywana przez wielokrotną analizę nieciągłości metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu, wraz z czasowym modelowaniem ich odpowiedzi.)
- Charakterystyki optymalizowanej struktury filtrującej, uzyskane w oparciu o kaskadowe połączenie poszczególnych macierzy rozproszenia aproksymowane są metodą Cauchy'ego. Na podstawie współczynników wielomianów licznika i mianownika funkcji wymiernych modelujących odpowiedź układu wyznaczane są wartości zer i biegunów charakterystyk transmisyjnych i odbiciowych, w zależności od tego czy poszukiwane jest minimum wartości funkcji typu ZBT (5.5.1), czy też ZBO (5.5.2).
- Proces powtarzany jest aż zera i bieguny funkcji transmisyjnej lub odbiciowej przyjmą pożądaną wartość.

Zbiór wartości parametrów geometrycznych struktury otrzymany w oparciu o opisaną powyżej procedurę stanowi punkt startowy dla procesu optymalizacji filtru jako całości tzn. bez segmentacji z wykorzystaniem funkcji celu Z ε S (5.3.15) lub ZBT (5.5.1) i ZBO (5.5.2).

5.6.2 Przykład pełnofalowej syntezy filtru z wykorzystaniem techniki segmentacji

W celu zilustrowania poprawy efektywności procesu automatycznej syntezy układów filtrujących, uzyskanej przez segmentację obwodów, zaprojektowano, w drodze sukcesywnej modyfikacji geometrii, filtr pasmowo-przepustowy o silnie dyspersyjnych elementach sprzęgających (rys. 5.6.5). Wspomniana struktura była już przedmiotem badań w punkcie 5.5. Obwód został podzielony na cztery podukłady oraz łączące je odcinki falowodów. Nieciągłości, zilustrowane na rysunkach 5.6.3 i 5.6.4, były analizowane metodą FD-TD, wraz z modelowaniem ciągów czasowych.



Rys. 5.6.5: Struktura filtru z elementami dyspersyjnymi (Falowód WR-75, (wymiary w mm), stanowiące wyniki optymalizacji struktury podzielonej $a = 19.05, b = 9.525 a_1 = 8.942, a_2 = 9.229,$ $l_1 = 18.581, l_2 = 25.970, l_3 = 4.116, l_4 = 17.649,$ $l_5 = 4.189, l_6 = 31.819, l_7 = 15.2, h_1 = 15.733,$ $h_2 = 21.571, r = 1.5).$

Rys. 5.6.6: Parametry rozproszenia filtru pasmowo-przepustowego trzeciego-rzędu z silnie dyspersyjnymi elementami sprzęgającymi po optymalizacji struktury podzielonej (linia ciągła) oraz układu jako całości (linia kropkowana).

Wstępne wymiary geometryczne struktury dla potrzeb optymalizacji, a mianowicie szerokości (h) i długości (l) sęków falowodowych (rys. 5.6.3) oraz szerokości (a) i długości (l)przesłon indukcyjnych (rys. 5.6.4) wybrano losowo z przedziałów dopuszczalnej zmienności parametrów.

Proces zachodził dwuetapowo. W pierwszej fazie optymalizacji zastosowano segmentację i algorytm genetyczny dla zadania minimalizacji funkcji typu ZBT, w drugiej analizowano całość struktury i wykorzystano gradientową metodę sekwencyjnego programowania kwadratowego (SQP) minimalizując funkcję celu opisaną zależnością ZBO. Wyniki optymalizacji zilustrowano na wykresie 5.6.6. W przypadku optymalizacji algorytmem genetycznym, wymiary nieciągłości w postaci zmiennoprzecinkowej zastąpiono reprezentacją binarną, z względnym błędem dyskretyzacji nie mniejszym niż 0.01 mm. Analogiczne jak w przykładach podanych w poprzednim punkcie liczebność populacji potencjalnych rozwiązań była stała i równa 52. Także prawdopodobieństwa krzyżowania oraz mutacji były ustalone odpowiednio na poziomie 0.7 i 0.01. Ocenę działania algorytmu podejmowano na podstawie najlepszych rozwiązań z 40 iteracji algorytmu. W każdym kroku procesu optymalizacji sukcesywnie modyfikowano 11 niezależnych parametrów odpowiadających wymiarom geometrycznym struktury (promień zagięcia rogów poszczególnych elementów falowodowych nie był optymalizowany). Liczba wywołań funkcji celu ZBT (5.5.1) dla zagadnienia optymalizacji obwodu metodą ewolucyjną wyniosła 1664, natomiast w drugim etapie, w oparciu o zależność ZBO (5.5.1), wykonano 420 symulacji. Ponieważ maksymalna liczba iteracji potrzebna do scharakteryzowania poszczególnych nieciągłości była nie większa niż 8000, całkowity czas optymalizacji wykonany na PC wyposażonym w procesor AMD 1600 MHZ wyniósł 8 godzin. Jest to trzykrotna poprawa efektywności w stosunku do optymalizacji całej struktury filtrującej z losowo wybranym wektorem wymiarów geometrycznych.

Rozdział 6

Podsumowanie

Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (FD-TD) jest od wielu lat intensywnie rozwijaną techniką analizy układów wysokiej częstotliwości. Wynika to z szeregu niekwestionowanych zalet algorytmu: możliwości analizy obwodów o złożonej trójwymiarowej geometrii, struktur zawierających ośrodki anizotropowe, dyspersyjne, nieliniowe, niestacjonarne. Jednak oprócz niewątpliwych zalet, które czynią technikę atrakcyjnym narzędziem rozwiązywania problemów elektromagnetyzmu, posiada ona również wady, spośród których jedną z bardziej istotnych jest długi czas symulacji obwodów o dużej wartości współczynnika dobroci. W niniejszej pracy zaproponowano szereg nowych technik, które pozwalają na znacznie zwiększenie, nie tylko efektywności samego algorytmu FD-TD, ale także umożliwiają skutecznie wykorzystać go do automatycznego projektowania niektórych obwodów mikrofalowych. Większość oryginalnych wyników opublikowano [79, 80, 82, 94] Do najważniejszych osiągnięć zaliczyć można:

- zaproponowanie wydajnej metody modelowania sygnałów czasowych oraz szeregu kryteriów, które pozwalają na automatyczną konstrukcję wiarygodnych modeli niskich rzędów [82],
- usprawnienie algorytmów wyznaczania wartości współczynnika dobroci rezonatorów mikrofalowych,
- opracowanie technik automatycznego projektowania filtrów mikrofalowych z wykorzystaniem analizy pełnofalowej [79,80].

Poniżej przedstawiono bardziej szczegółową charakterystykę uzyskanych wyników.

6.1 Automatyczna konstrukcja modeli

Do redukcji czasu analizy układów o dużej dobroci stosuje się techniki z zakresu cyfrowego przetwarzania sygnałów. Zazwyczaj skrócenie okresu symulacji obwodów odbywa się poprzez modelowanie sygnałów czasowych rejestrowanych w portach analizowanej struktury. Na podstawie współczynników modeli odtwarzane są charakterystyki układów w dziedzinie częstotliwości, co pozwala wielokrotnie przyspieszyć analizę czasową obwodów. Zastosowanie technik cyfrowego przetwarzania sygnałów wymaga jednak w pierwszej kolejności odpowiedniego dobru kluczowych parametrów modeli takich jak: początek i koniec ciągów w oparciu o które wyznaczane są współczynniki modeli, krotność decymacji silne nadpróbkowanych sygnałów otrzymywanych w drodze symulacji FD-TD oraz stopień ich złożoności. Jak dotąd dobór wspomnianych parametrów był wykonywany w sposób właściwy tylko dla danej struktury, uwzględniając jej specyfikę. W ramach niniejszej rozprawy wprowadzono szereg kryteriów pozwalających na automatyczne tworzenie wiarygodnych modeli sygnałów czasowych, których efektywność jest niezależna od własności analizowanego układu, tj. jego wymiarów geometrycznych oraz wartości współczynnika dobroci.

Do wprowadzonych kryteriów należą:

• Kryterium energetyczne, oparte na analizie ruchomej wartości średniej energii sygnałów zarejestrowanych w portach analizowanego obwodu. Kryterium pozwala na zdefiniowanie początku i końca przebiegu czasowego, wykorzystanego następnie do wyznaczenia wartości współczynników modelu. Podany sposób wyboru ciągu uczącego gwarantuje wysoką wiarygodność struktury modelującej, tj. niski błąd aproksymacji sygnału czasowego.

Równocześnie zaproponowano rozwiązanie złożonego zagadnienia detekcji efektu zdudniania sygnału czasowego będącego zazwyczaj konsekwencją sprzęgania się dwóch i większej liczby rezonatorów podobnej dobroci, pracujących na bliskich sobie częstotliwościach rezonansowych. Nie uwzględnienie zjawiska zdudniania znacznie pogarsza jakość tworzonych modeli.

- Kryterium zmiany okresu próbkowania silnie nadpróbkowanego sygnału rejestrowanego w portach układu podczas analizy metodą FD-TD. Wartość współczynnika decymacji uzależniono od pasma analizowanego układu oraz od kroku czasowego wynikającego z warunku numerycznej stabilności metody. Zaproponowano również metodę usuwania zniekształceń powstających w procesie decymacji.
- Kryterium wyboru rzędu modelu oparte na zmodyfikowanych statystykach AIC oraz MDL. Wprowadzona modyfikacja, bazująca na eliminacji składowych rozwinięcia ciągu czasowego w szereg tłumionych wykładniczo funkcji harmonicznych, o amplitudach mniejszych niż przyjęty próg, oraz leżących poza pasmem analizy układu, pozwala na uzyskanie modeli niskiego rzędu, adekwatnych do stopnia złożoności modelowanych struktur filtrujących.

Efektywność wspomnianych kryteriów została zweryfikowana w oparciu o szereg przykładów filtrów pasmowo-przepustowych, zarówno planarnych jak i falowodowych, bezstratnych oraz o różnej wartości strat przewodzenia. Stosując metodę uogólnionego pęku funkcyjnego wraz z opracowanymi kryteriami doboru parametrów modeli czasowych uzyskano średnio kilkukrotną redukcję czasu symulacji struktur filtrujących w stosunku do klasycznej metody FD-TD.

6.2 Poprawa efektywności wyznaczania wartości współczynnika dobroci

Modelowanie sygnałów czasowych z wykorzystaniem wprowadzonych kryteriów doboru ich kluczowych parametrów pozwoliło, po adaptacji kryterium ustalania początku i końca ciągu uczącego, na efektywne oszacowanie wartości współczynników dobroci układów rezonansowych. W oparciu o współczynniki modelu sygnału czasowego, stanowiacego odpowiedź rezonatora, można określić wartość częstotliwości własnej oraz dobroć na podstawie wielokrotnie krótszej symulacji obwodu, niż ma to miejsce przy zastosowaniu innym metod takich jak np. bezpośrednia integracja rozkładu przestrzennego pól danego rodzaju. Szczególną zaletą wspomnianej techniki jest możliwości wyznaczenia stopnia selektywności obwodu dla wielu rodzajów pól wzbudzonych w strukturze równocześnie, podczas jednokrotnej analizy układu. Efektywność metody została zilustrowana na przykładzie szeregu struktur rezonatorów, w tym rezonatorów pomiarowych, wykorzystywanych do celów precyzyjnego określania parametrów materiałów stosowanych w technice wysokich częstotliwości. Precyzja szacowania wartości parametru Q została zweryfikowania w oparciu o metody wykorzystujące bezpośrednie całkowanie rozkładu przestrzennego pól oraz ulepszoną metodę splotu sygnału czasowego z zespoloną funkcją wykładniczą. Ostatnia ze wspomnianych technik, która zmodyfikowano wprowadzając, dodatkowo, filtracje amplitud pola kaskadą filtrów ruchomej wartości średniej, jest interesująca alternatywą dla modelowania sygnałów czasowych ze względu na jej dużą dokładność oraz prostotę implementacji.

6.3 Automatyczne projektowanie filtrów mikrofalowych w oparciu o analizę pełnofalową

Technikę zwiększania efektywności metody różnic skończonych w dziedzinie czasu przez zastosowanie modelowania sygnałów zarejestrowanych w portach analizowanych układów wykorzystano również w zagadnieniu pełnofalowej syntezy filtrów falowodowych pasmowoprzepustowych. Należy podkreślić, iż metoda FD-TD była dotychczas stosowana przede wszystkim w problemach optymalizacji struktur szerokopasmowych, gdzie czas analizy w dziedzinie czasu, ze względu na niską dobroć układów, jest stosunkowo krótki. W odniesieniu do układów o dużej wartości współczynnika dobroci, do których można zaliczyć filtry pasmowo-przepustowe, czynione były nieliczne próby. W ogólności czas wymagany do określenia optymalnych wymiarów geometrycznych struktury, gwarantujących realizację założeń projektowych, zależy od trzech czynników, mianowicie przyjętej definicji funkcji celu, czasu koniecznego do wyznaczenia wartości funkcji oraz liczby wywołań zależności, w oparciu o którą oceniane są kolejne rozwiązania. O ile liczba wywołań funkcji celu jest silnie zależna od przyjętej procedury optymalizacyjnej, to możliwość automatycznego tworzenia modeli aproksymujących odpowiedź czasową układu w oparciu o sygnał uzyskany w drodze krótkiej analizy struktury metodą FD-TD pozwala na znaczną redukcją czasu pojedynczej symulacji, a tym samym umożliwia wykorzystanie techniki do zagadnienia optymalizacji układów dużej dobroci.

W procesie optymalizacji z wykorzystaniem metody czasowej analizy układów pojawia się konieczności zdefiniowania momentu zakończenia symulacji i przystąpienia do wyznaczenia wartości funkcji celu. W ogólności przedwczesne zakończenie symulacji FD-TD powoduje rozmycie charakterystyki częstotliwościowej i tym samym ukrycie osobliwości widma sygnału, lub, innymi słowy, błędne odtworzenie waskopasmowych składowych sygnału. Efekt ten ma zasadniczy wpływ na całość procesu optymalizacji, bowiem wartości funkcji celu, o ile zdefiniowana jest w dziedzinie częstotliwości, obarczona będzie błędem wynikającym z niewłaściwego scharakteryzowania obwodu w dziedzinie transformaty Fouriera. W taki przypadku procedura optymalizacyjna może nie osiągnąć zbieżności. W oparciu o kryterium energetyczne, które oryginalnie zostało opracowane w celu prawidłowego wyboru fragmentu ciagu czasowego stanowiacego podstawe ekstrakcji parametrów modeli, można również określić chwilę czasu, gdy symulacja może zostać zakończona. Pełnofalowa analiza układu przerywana jest w chwili osiągnięcia dostatecznie niskiego poziomu przez ruchomą wartość średnią energii sygnałów zarejestrowanych w portach obwodu. Innymi słowy, spełnienie kryterium energetycznego jest równoznacznie z przerwaniem symulacji obwodu i przystąpieniem do tworzenia modeli sygnałów zarejestrowanych dotychczas w portach układu. Takie podejście gwarantuje minimalny czas trwania analizy układu oraz wykonanie dostatecznej liczby iteracji dla pełnego scharakteryzowania struktury.

Zarówno modelowanie sygnałów czasowych jak i algorytm automatycznego zakończenia symulacji układów zostały wykorzystane do automatycznej syntezy filtrów pasmowoprzepustowych metodami optymalizacji połączonymi z analiza elektrodynamiczną. Jako miarę jakości tworzonych struktur w procesie sukcesywnej modyfikacji wymiarów geometrycznych układów o zadanej topologii zastosowano cztery funkcje oznaczone jako $Z\varepsilon B$, B, ZBT i ZBO. Funkcja celu typu $Z\varepsilon B$, pierwotnie wprowadzona na potrzeby syntezy macierzy sprzężeń, została w ramach pracy wykorzystana do oceny tworzonych rozwiązań w procesie bezpośredniego poszukiwania wymiarów fizycznych struktur filtrujących. Pozostałe funkcje stanowią oryginale opracowanie własne. Każda z wymienionych funkcji posiada inna specyfikę, mianowicie

- Funkcja $Z \varepsilon B$ w połączeniu z gradientową techniką optymalizacji, przy założeniu wstępnej syntezy układu pozwala na bezpośrednie określenie wymiarów geometrycznych struktury filtrującej, gwarantujących realizację założeń projektowych. Definicja funkcji oparta jest na wartościach parametrów rozproszenia obliczonych w punktach odpowiadających zerom i biegunom przyjętej funkcji filtrującej oraz krańcom pasma przepustowego optymalizowanej struktury. Z wykorzystaniem zależności $Z \varepsilon B$ oraz gradientowej procedury optymalizacji możliwe jest numeryczne dostrojenie filtru, którego odpowiedź, aproksymowana jest uogólnioną charakterystyką Czebyszewa.
- Funkcja B w połączeniu z bezgradientową, globalnie zbieżną metodą optymalizacji w pierwszym etapie procesu, a następnie gradientową techniką przeszukiwania dziedziny potencjalnych rozwiązań pozwala na pełnofalową syntezę filtrów biegunowych Czebyszewa i Butterwortha. Wartość funkcji B wyraża dokładność odwzorowania położenia biegunów funkcji transmisyjnej stanowiącej odpowiedź układu o danych wymiarach geometrycznych względem położenia biegunów definiujących analityczną funkcję aproksymującą odpowiedź układu. Cechą charakterystyczną funkcji jest

niewielka jej wrażliwość na dobór wektora parametrów początkowych optymalizacji. W ogólności dopuszczalny jest losowy wybór wstępnych wymiarów geometrycznych struktury z zakresu ograniczonego jedynie przez topologię struktur filtrującej. Opracowania procedura syntezy filtrów z wykorzystaniem funkcji celu typu B, pozwala na ekstrakcję biegunów funkcji transmisyjnej układu jedynie z przebiegu czasowego zarejestrowanego w porcie wyjściowych układu, bez konieczności obliczania parametrów rozproszenia.

• Funkcja typu ZBT w połączeniu z bezgradientową globalnie zbieżną techniką poszukiwania minimum jej wartości, umożliwia wstępne oszacowanie wymiarów geometrycznych struktur filtrującej. Optymalizacja z wykorzystaniem zależności ZBT pozwala na pełnofalową syntezę zarówno filtrów biegunowych jak i pseudo-eliptycznych. Wartość ZBT wyraża poziom dopasowaniu położenia zer i biegunów funkcji S_{21} , której charakter zdeterminowany jest wymiarami geometrycznymi układu do rozkładu zer i biegunów definiujących analityczną postać funkcji aproksymującej zakładaną charakterystykę S_{21} . Funkcja celu typu ZBO jest dopełnieniem zależności ZBT. W połączeniu z gradientową techniką optymalizacji oraz przy wektorze parametrów początkowych uzyskanych podczas optymalizacji układu z wykorzystaniem funkcji typu ZBT, pozwala na dostrojenie odpowiedzi układu do zakładanej charakterystyki. Definicja funkcji ZBO oparta jest na analizie położenia zer i biegunów charakterystyki S_{11} .

W obu przypadkach ekstrakcja zer i biegunów wykonywana jest przy wykorzystaniu metody Cauchy'ego. W przeciwieństwie do funkcji typu B, wyznaczenie wartości ZBT oraz ZBO wymaga obliczenia parametrów rozproszenia struktury, przy czym aproksymacja funkcji S_{21} lub S_{11} wykonywana jest na podstawie jedynie 2M+1 punktów częstotliwościowych, gdzie M jest rzędem optymalizowanego filtru.

W oparciu o przedstawione powyżej definicje funkcji celu i bezgradientową metodę optymalizacji w postaci algorytmu genetycznego oraz gradientową procedurę poszukiwania minimum wartości funkcji wykonano pełnofalową syntezę szeregu struktur filtrujących. Do grupy filtrów, których optymalne wymiary geometryczne określono przez zastosowania funkcji ZBT oraz ZBO, z pominieciem etapu syntezy układów w ujeciu klasycznym, należą struktury o elementach silnie dyspersyjnych, dla których znalezienie wymiarów fizycznych przy tradycyjnym podejściu jest bardzo trudne. W ogólności, należy jednak stwierdzić, że synteza filtrów przez optymalizację, z użyciem metody czasowej analizy układów oraz przy losowym wyborze wektora parametrów początkowych, jest stosunkowo czasochłonna. W ramach rozprawy udało się dodatkowo skrócić czas optymalizacji pewnej klasy układów wykorzystując segmentację struktur. Pomimo długiego czasu analizy należy jednak pamiętać, iż w przypadku zastosowania funkcji typu B i ZBT oraz ZBO pominięto etap syntezy obwodów, który zazwyczaj wymaga zbudowania modelu obwodowego lub określenia wartości elementów macierzy sprzężeń a następnie, na tej podstawie, identyfikacji wymiarów geometrycznych struktury. Struktury optymalizowane uzyskiwano w pełni automatycznie.

6.4 Uwagi końcowe

Z przedstawionego powyżej podsumowania wynika, że potwierdzona została słuszność tez sformułowanych w rozdziale 1. Wydaje się jednak, że możliwa jest dalsza poprawa efektywności zaproponowanych metod. W tym celu przyszłe badania skoncentrować powinny się na dwóch aspektach:

- dalszym skróceniu ciągu uczącego. Wydaje się, że można by to uzyskać lepiej rozwiązując problem decymacji sygnału oraz pojawiającej się przy tej okazji deformacji końcowych fragmentów sygnału (ciągu),
- zwiększeniu dokładności samej metody FD-TD, które umożliwiłoby bardziej precyzyjne obliczanie odpowiedzi przy małym zaburzeniu wymiarów obwodu. Tym samym w procesie automatycznego projektowania filtrów możliwe stałoby się zastąpienie wolnozbieżnego algorytmu genetycznego optymalizacji przez metody gradientowe.

Podziękowania

W pierwszej kolejności pragnę podziękować Profesorowi Michałowi Mrozowskiemu, iż w okresie prac nad niniejszą rozprawą nie szczędził swojego czasu i zawsze służył wieloma cennymi radami.

W sposób szczególny dziękuję bratu Romanowi za wsparcie podczas moich studiów.

Dziękuje również kolegom Andrzejowi Ćwikle i Adamowi Lamęckiemu za pomoc w oparcowaniu rozdziału dotyczącego dobroci układów mikrofalowych.

Dziękuję firmie QWED, a w szczególności dr inż. Maciejowi Sypniewskiemu za wprowadzenie zmian w programie QuickWave 3D, które umożliwiły integrację wspomnianego symulatora FD-TD z procedurami opracowanymi w ramach niniejszej pracy.

Dodatek A

Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu

Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu jest jedną z najpopularniejszych metod analizy układów wysokiej częstotliwości. W ogólności jej koncepcja opiera się na zastąpieniu różniczkowej postaci równań Maxwella układem równań różnicowych modelujących dystrybucję pola w przestrzeni dyskretnej. Dziedzina definiująca obszar analizy zagadnienia tworzy regularną siatkę, stąd pochodne wyznaczane są jako liniowa kombinacja sąsiednich wartości pól.

Technika łączy w sobie prostotę implementacji z możliwością analizy problemów o złożonej trójwymiarowej geometrii, stąd od lat stanowi przedmiot intensywnych badań.

Wiele zagadnień elektromagnetyzmu dogodnie jest rozpatrywać, ze względu na symetrię problemu, w krzywoliniowych układach współrzędnych. Dla problemów o symetrii osiowej naturalne jest zastąpienie kartezjańskiego układu współrzędnych układem cylindrycznym. Struktury osiowo-symetryczne, takie jak linie współosiowe czy rezonatory cylindryczne, są często spotykanymi obwodami w technice wysokich częstotliwości. Analiza wspomnianych struktur metodą różnic skończonych może odbywać się przy wykorzystaniu nieortogonalnej siatki dyskretyzujące przestrzeń obliczeniową, jednak jest to w ogólności nieefektywne. W przypadku struktur o symetrii osiowej zazwyczaj stosuje się sformułowanie FD-TD w cylindrycznym układzie współrzędnych, dodatkowo dokonując analitycznego rozwinięcia pól w kierunku ϕ [30, 56, 131]. Ze względu na funkcyjne scharakteryzowanie zmienności kątowej pól nie wykonuje się dyskretyzacji dziedziny obliczeniowej w kierunku ϕ , stąd problem trójwymiarowy redukowany jest do zagadnienia dwuwymiarowego.

Jedną z podstawowych zalet metody różnic skończonych w dziedzinie czasu jest możliwość wyznaczenia parametrów rozproszenia układu w szerokim pasmie w trakcie jednokrotnej symulacji obwodu. W większości przypadków ekstrakcji parametrów S dokonuje się dopasowując wrota układu za pośrednictwem dobrych warunków absorpcyjnych [5, 17, 18, 106, 107, 133]. Pozwala to przyjąć założenie, iż wartość S_{11} jest równa współczynnikowi odbicia Γ na wyjściu. Wadą wspomnianego podejścia jest konieczność zdefiniowania warunków absorpcyjnych gwarantujących niemal brak odbicia w szerokim pasmie. Trudności w realizacji takiego założenia doprowadziły do pojawienia się koncepcji kontrolowanego niedopasowania [108, 119, 127] jak również metod, w których kilkukrotne obliczenie współczynnika odbicie w portach pozwala na wyznaczenie parametrów S nawet przy gorszych jakościowo warunkach absorpcyjnych [120].

Jako że metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu jest szeroko opisana w literaturze [32, 33, 51, 52, 93, 112, 131], w niniejszym dodatku zostaną krótko omówione jedynie jej główne założenia.

A.1 Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu w układzie współrzędnych kartezjańskim

Klasyczne sformułowanie metody różnic skończonych w dziedzinie czasu, oparte na różniczkowej postaci równań Maxwella w układzie współrzędnych kartezjańskich oraz dostosowane do analizy układów stratnych, przyjmuje postać

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z}(\cdot) & \frac{\partial}{\partial y}(\cdot) \\ -\frac{\partial}{\partial z}(\cdot) & 0 & -\frac{\partial}{\partial x}(\cdot) \\ -\frac{\partial}{\partial y}(\cdot) & \frac{\partial}{\partial x}(\cdot) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x(x, y, z, t) \\ H_y(x, y, z, t) \\ H_z(x, y, z, t) \end{pmatrix} = \varepsilon(x, y, z) \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{pmatrix} + \sigma(x, y, z) \begin{pmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{pmatrix}$$
(A.1.1)
$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z}(\cdot) & \frac{\partial}{\partial y}(\cdot) \\ \frac{\partial}{\partial z}(\cdot) & 0 & -\frac{\partial}{\partial x}(\cdot) \\ -\frac{\partial}{\partial y}(\cdot) & \frac{\partial}{\partial x}(\cdot) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(x, y, z, t) \\ E_y(x, y, z, t) \\ E_z(x, y, z, t) \end{pmatrix} = -\mu(x, y, z) \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} H_x(x, y, z, t) \\ H_y(x, y, z, t) \\ H_z(x, y, z, t) \end{pmatrix}$$
(A.1.2)

A.1.1 Dyskretyzacja równań różniczkowych w metodzie FD-TD

Algorytm Yee dyskretyzacji równań Maxwella, lokuje składowe pól E i H w przestrzeni trójwymiarowej w taki sposób, iż każda ze składowych pola E otoczona jest przez składowe pola H oraz każda ze składowych pola H otoczona jest przez składowe pola E. Rozkład składowych zilustrowany jest na rysunku A.1.1.

Zgodnie z notacją Ye
e $\left[131,142\right]$ punkty siatki w obszarze analizy są dyskrety
zowane następująco

$$(i_x, i_y, i_z) \equiv (i_x \Delta x, i_y \Delta y, i_z \Delta z)$$
(A.1.3)

Przy aproksymacji różnicami centralnymi pochodnych względem przestrzeni i czasu, modelowane funkcje przyjmują postać

$$f^{i_t}(i_x, i_y, i_z) \equiv f(x_0 + i_x \Delta x, y_0 + i_y \Delta y, z_0 + i_z \Delta z, t_0 + i_t \Delta t)$$
(A.1.4)



Rys. A.1.1: Rozkład składowych pól elektrycznego i magnetycznego na siatce Yee.

$$\frac{\partial f^{i_t}(i_x, i_y, i_z)}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta x} \left(f^{i_t}(i_x + \frac{1}{2}, i_y, i_z) - f^{i_t}(i_x - \frac{1}{2}, i_y, i_z) \right)$$
(A.1.5)

$$\frac{\partial f^{i_t}(i_x, i_y, i_z)}{\partial t} \approx \frac{1}{\Delta t} \left(f^{i_t + \frac{1}{2}}(i_x, i_y, i_z) - f^{i_t - \frac{1}{2}}(i_x, i_y, i_z) \right)$$
(A.1.6)

gdzie i_x, i_y, i_z, i_t są liczbami całkowitymi, x_0, y_0, z_0 są współrzędnymi początkowymi, Δx , $\Delta y, \Delta z$ odpowiadają odległościom pomiędzy węzłami siatki w odpowiednich kierunkach, t_0 to czas początkowy oraz Δt to krok czasowy.

Korzystając z powyższych zapisów, kolejne składowe pólEorazHna siatce Yee można zapisać

$$E_{x}^{i_{t}+1}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}\right) = \frac{2\varepsilon_{xx}(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z})-\Delta t\sigma_{xx}(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z})}{2\varepsilon_{xx}(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z})+\Delta t\sigma_{xx}(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z})} \cdot E_{x}^{i_{t}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}\right) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_{xx}(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z})+\Delta t\sigma_{xx}(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta y}\left(H_{z}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right)-H_{z}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y}-\frac{1}{2},i_{z}\right)\right) - \frac{1}{\Delta z}\left(H_{y}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right)-H_{y}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}-\frac{1}{2}\right)\right)\right)$$
(A.1.7)

$$E_{y}^{i_{t}+1}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right) = \frac{2\varepsilon_{yy}(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}) - \Delta t\sigma_{yy}(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z})}{2\varepsilon_{yy}(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}) + \Delta t\sigma_{yy}(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z})} \cdot E_{y}^{i_{t}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_{yy}(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}) + \Delta t\sigma_{yy}(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta z}\left(H_{x}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right) - H_{x}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}-\frac{1}{2}\right)\right) - \frac{1}{\Delta x}\left(H_{z}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right) - H_{z}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}-\frac{1}{2},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right)\right)\right)$$
(A.1.8)

$$E_{z}^{i_{t}+1}\left(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right) = \frac{2\varepsilon_{zz}(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2})-\Delta t\sigma_{zz}(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2})}{2\varepsilon_{zz}(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2})+\Delta t\sigma_{zz}(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2})} \cdot E_{z}^{i_{t}}\left(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_{zz}(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2})+\Delta t\sigma_{zz}(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta x}\left(H_{y}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right)-H_{y}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}-\frac{1}{2},i_{y},i_{z}-\frac{1}{2}\right)\right) - \frac{1}{\Delta y}\left(H_{x}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right)-H_{x}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x},i_{y}-\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right)\right)\right)$$

$$(A.1.9)$$

$$H_{x}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right) = H_{x}^{i_{t}-\frac{1}{2}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_{xx}(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta z}\left(E_{y}^{i_{t}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}+1\right)-E_{y}^{i_{t}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right)\right) - \frac{1}{\Delta y}\left(E_{z}^{i_{t}}\left(i_{x},i_{y}+1,i_{z}+\frac{1}{2}\right)-E_{z}^{i_{t}}\left(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right)\right)\right)$$
(A.1.10)

$$\begin{aligned} H_{y}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right) &= H_{y}^{i_{t}-\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_{yy}(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2})} \cdot \\ & \cdot \left(\frac{1}{\Delta x}\left(E_{z}^{i_{t}}\left(i_{x}+1,i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right) - E_{z}^{i_{t}}\left(i_{x},i_{y},i_{z}+\frac{1}{2}\right)\right) \\ & - \frac{1}{\Delta z}\left(E_{x}^{i_{t}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}+1\right) - E_{x}^{i_{t}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}\right)\right)\right) \end{aligned}$$
(A.1.11)

$$H_{z}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right) = H_{z}^{i_{t}-\frac{1}{2}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_{zz}(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta y}\left(E_{x}^{i_{t}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y}+1,i_{z}\right)-E_{x}^{i_{t}}\left(i_{x}+\frac{1}{2},i_{y},i_{z}\right)\right) - \frac{1}{\Delta x}\left(E_{y}^{i_{t}}\left(i_{x}+1,i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right)-E_{y}^{i_{t}}\left(i_{x},i_{y}+\frac{1}{2},i_{z}\right)\right)\right)$$
(A.1.12)

A.2 Stabilność algorytmu różnic skończonych w dziedzinie czasu–warunek Couranta

W celu zapewnienia numerycznej stabilności metody różnic skończonych w dziedzinie czasu wartość kroku czasowego oraz wielkości charakteryzujące odległości między węzłami siatki przestrzennej muszą pozostawać w relacji

$$v_{max}\Delta t \leqslant \sqrt{\left(\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}\right)}$$
(A.2.1)

gdzie v_{max} jest maksymalną prędkością fali elektromagnetycznej w rozważanym obszarze. Warunek powyższy znany jest w literaturze pod nazwą warunku Couranta.

A.3 Metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu w cylindrycznym układzie współrzędnych

W przypadku struktur osiowo-symetrycznych, analizowanych w cylindrycznym układzie współrzędnych problem trójwymiarowy może być zredukowany do problemu dwuwymiarowego przez rozwinięcie składowych pól w kierunku ϕ w szereg Fouriera. Dla ośrodków izotropowych oraz ośrodków o anizotropii jednoosiowej wystarczające jest wykorzystanie w rozwinięciu tylko jednego rodzaju funkcji harmonicznych: sin lub cos. Pola, przy takim założeniu, można zapisać w następującej postaci:

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z}(\cdot) & -\frac{m}{\rho} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial \rho}(\cdot) \\ \frac{m}{\rho} & \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\rho(\cdot) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{m\rho}(\rho, z) \\ H_{mz}(\rho, z) \\ H_{mz}(\rho, z) \end{pmatrix} = \varepsilon(\rho, z)\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_{m\rho}(\rho, z) \\ E_{mz}(\rho, z) \\ E_{mz}(\rho, z) \\ E_{mz}(\rho, z) \end{pmatrix} + \sigma(\rho, z) \begin{pmatrix} E_{m\rho}(\rho, z) \\ E_{m\rho}(\rho, z) \\ E_{mz}(\rho, z) \end{pmatrix}$$
(A.3.1)

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z}(\cdot) & -\frac{m}{\rho} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial \rho}(\cdot) \\ \frac{m}{\rho} & \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\rho(\cdot) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{m\rho}(\rho, z) \\ E_{m\phi}(\rho, z) \\ E_{mz}(\rho, z) \end{pmatrix} = -\mu(\rho, z)\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} H_{m\rho}(\rho, z) \\ H_{m\phi}(\rho, z) \\ H_{mz}(\rho, z) \end{pmatrix}$$
(A.3.2)

Dokonując dyskretyzacji pól w czasie i przestrzeni zgodnie z koncepcją Yee, analogicznie jak to miało miejsce w przypadku metody różnic skończonych w kartezjańskim układzie współrzędnych, pola E oraz H na siatce można zapisać jako

$$E_{m\rho}^{it+1}(i_{\rho},i_{z}) = \frac{2\varepsilon_{\rho\rho}(i_{\rho},i_{z}) - \Delta t\sigma_{\rho\rho}(i_{\rho},i_{z})}{2\varepsilon_{\rho\rho}(i_{\rho},i_{z}) + \Delta t\sigma_{\rho\rho}(i_{\rho},i_{z})} \cdot E_{m\rho}^{it}(i_{\rho},i_{z}) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_{\rho\rho}(i_{\rho},i_{z}) + \Delta t\sigma_{\rho\rho}(i_{\rho},i_{z})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta z} \left(H_{m\phi}^{it}\left(i_{\rho},i_{z}+\frac{1}{2}\right) - H_{m\phi}^{it}\left(i_{\rho},i_{z}-\frac{1}{2}\right)\right) - \frac{m}{i_{\rho}\Delta\rho}H_{mz}^{it}(i_{\rho},i_{z})\right)$$

$$(A.3.3)$$



Rys. A.3.1: Rozkład składowych pól elektrycznego i magnetycznego w przystrzeni dyskretnej w cylindrycznym układzie współrzędnych.

$$E_{m\phi}^{i_{t}+1}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}\right) = \frac{2\varepsilon_{\phi\phi}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z})-\Delta t\sigma_{\phi\phi}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z})}{2\varepsilon_{\phi\phi}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z})+\Delta t\sigma_{\phi\phi}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z})} \cdot E_{m\phi}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}\right) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_{\phi\phi}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z})+\Delta t\sigma_{\phi\phi}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta z}\left(H_{m\rho}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right)-H_{m\rho}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}-\frac{1}{2}\right)\right) - \frac{1}{\Delta\rho}\left(H_{mz}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+1,i_{z}\right)-H_{mz}^{i_{t}}\left(i_{\rho},i_{z}\right)\right)\right)$$
(A.3.4)

$$E_{mz}^{i_{t}+1}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right) = \frac{2\varepsilon_{zz}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2})-\Delta t\sigma_{zz}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2})}{2\varepsilon_{zz}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2})+\Delta t\sigma_{zz}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2})} \cdot E_{mz}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon_{zz}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2})+\Delta t\sigma_{zz}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2})} \cdot \left(\frac{m}{(i_{\rho}+\frac{1}{2})\Delta\rho}H_{m\rho}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right) - \left(i_{\rho}\right)H_{m\phi}^{i_{t}}\left(i_{\rho},i_{z}+\frac{1}{2}\right)\right)\right) - \frac{1}{(i_{\rho}+\frac{1}{2})\Delta\rho}\left((i_{\rho}+1)H_{m\phi}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+1,i_{z}+\frac{1}{2}\right)-(i_{\rho})H_{m\phi}^{i_{t}}\left(i_{\rho},i_{z}+\frac{1}{2}\right)\right)\right)$$
(A.3.5)

$$H_{m\rho}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right) = H_{m\rho}^{i_{t}-\frac{1}{2}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_{\rho\rho}(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta z}\left(E_{m\phi}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+1\right)-E_{m\phi}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}\right)\right) - \frac{m}{(i_{\rho}+\frac{1}{2})\Delta\rho}E_{mz}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right)\right)$$
(A.3.6)
$$H_{m\phi}^{i_{t}+\frac{1}{2}}\left(i_{\rho},i_{z}+\frac{1}{2}\right) = H_{m\phi}^{i_{t}-\frac{1}{2}}\left(i_{\rho},i_{z}+\frac{1}{2}\right) - \frac{\Delta t}{\mu_{\phi\phi}(i_{\rho},i_{z}+\frac{1}{2})} \cdot \left(\frac{1}{\Delta z}\left(E_{m\rho}^{i_{t}}\left(i_{\rho},i_{z}+1\right)-E_{m\rho}^{i_{t}}\left(i_{\rho},i_{z}\right)\right) - \frac{1}{\Delta\rho}\left(E_{mz}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right)-E_{mz}^{i_{t}}\left(i_{\rho}-\frac{1}{2},i_{z}+\frac{1}{2}\right)\right)\right)$$
(A.3.7)

$$H_{mz}^{i_{t}+\frac{1}{2}}(i_{\rho},i_{z}) = H_{mz}^{i_{t}-\frac{1}{2}}(i_{\rho},i_{z}) - \frac{\Delta t}{\mu_{zz}(i_{\rho},i_{z})} \cdot \left(\frac{m}{i_{\rho}\Delta\rho}E_{\rho}^{i_{t}}(i_{\rho},i_{z}) - \left(\frac{1}{i_{\rho}\Delta\rho}\left((i_{\rho}+\frac{1}{2})E_{m\phi}^{i_{t}}\left(i_{\rho}+\frac{1}{2},i_{z}\right) - (i_{\rho}-\frac{1}{2})E_{m\phi}^{i_{t}}\left(i_{\rho}-\frac{1}{2},i_{z}\right)\right)\right)$$
(A.3.8)

Powyższe zależności mogą być wykorzystane w algorytmie iteracyjnym, z chwilą gdy osobliwości w wyrażeniach (A.3.5), (A.3.7) i (A.3.8) zostaną usunięte. Składowe pól E_{mr} , $H_{m\phi}$, H_{mz} w obszarze osi symetrii muszą być jednoznaczne zdefiniowane i wyrażone przez wartości skończone, zarówno w dziedzinie czasu, jak i częstotliwości.

W ogólności na osi symetrii układu istnieją trzy składowe, mianowicie E_{mr} , $H_{m\phi}$, H_{mz} , jednak jedynie składowe styczne $H_{m\phi}$, H_{mz} do osi symetrii są niezbędne dla wyznaczenia sąsiednich składowych $E_{m\phi}$ oraz E_{mz} . Z zależności (A.3.5) wynika, iż w celu wyznaczenia składowej pola E_z w zbiorze punków $i_{\rho} = 0$, H_{ϕ} dla $i_{\rho} = 0$ musi być wymnożona przez czynnik $i_{\rho} = 0$, stąd składowa pola $H_{m\phi}$ w $i_{\rho} = 0$ nie jest wymagana dla określenia wartości E_{mz} . W celu wyznaczenia natomiast składowej $E_{m\phi}$ w punktach $i_{\rho} = 0$, niezbędna jest wartość H_{mz} dla $i_{\rho} = 0$, stąd na osi symetrii musi być określona jedynie wartość H_{mz} . Ponadto składowe pola H_{mz} w zbiorze punktów $i_{\rho} = 0$ muszą być określone tylko dla m = 0, co wynika z zależności A.3.2. Korzystając z całkowej postaci równania Faradaya, na osi symetrii układu otrzymuje się

$$H_{mz}^{i_t + \frac{1}{2}}(0, i_z) = H_{mz}^{i_t - \frac{1}{2}}(0, i_z) - \frac{4\Delta t}{\mu_{zz}(i_\rho, i_z)\Delta\rho} \cdot E_{\phi}^{i_t}(1, i_z)$$
(A.3.9)

Warto wspomnieć, że algorytm FD-TD we współrzędnych cylindrycznych można również zapisać, w przypadku symetrii osiowej problemu, w postaci identycznej jak dla układu kartezjańskiego. Podejście to wymaga zastąpienia zmiennych H_{ϕ} , E_{ϕ} przez $\rho H_{\phi} \rho E_{\phi}$ oraz wprowadzenia do równań Maxwella niejednorodnych ośrodków o jednoosiowej anizotropii przenikalności elektrycznej i magnetycznej [56].

A.4 Ekstrakcja parametrów rozproszenia

W niniejszym punkcie zostanie opisana technika ekstrakcji parametrów rozpraszania zaproponowana przez Gwarka i Celuch-Marcysiak [25,26,54]. Metoda pozwala na wyznaczenia parametrów S w najbardziej ogólnych przypadkach, tj. w portach zdefiniowanych w części niejednorodnej falowodu [54], usytuowanych pod dowolnym kątem w stosunku do siatki dyskretyzującej dziedzinę obliczeniową [26] oraz umożliwia uwzględnienie obecności rodzajów zanikających [54].

W pierwszej kolejności zostanie przedstawiona metoda różnicowa wyznaczania współczynnika odbicia w porcie [53], której rozszerzenie pozwala zdefiniować postać fali padającej i odbitej dla ekstrakcji parametrów S.

A.4.1 Metoda różnicowa wyznaczania współczynnika odbicia

Metoda różnicowa ekstrakcji współczynnika odbicia, zaproponowana przez Gwarka i Celuch-Marcysiak, zostanie opisana przy założeniu jednorodzajowej propagacji fali w kierunku z. Pokazane zostanie, że stosując wspomnianą technikę, współczynnik Γ można wyznaczyć na podstawie jedynie składowych pól E i H prostopadłych do kierunku propagacji fali oraz ich pochodnych przestrzennych.

W pierwszej kolejności sygnały otrzymane w wyniku analizy układu metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu należy przekształcić z postaci czasowej na postać częstotliwościową, przy uwzględnieniu przestrzennego i czasowego przesunięcie składowych E oraz H.

Zakładając, że istnieje pole E(z,t) w punkcie $z = z_0 + k\Delta z$ i chwili czasu $t = n\Delta t$ oraz pole H w punkcie $z = z_0 + (k+1/2)\Delta z$ i chwili $t = (n+1/2)\Delta t$, gdzie z_0 jest punktem, w którym zdefiniowany jest port, odpowiednie składowe pól oraz ich pochodne w dziedzinie częstotliwości wyznacza się na podstawie zależności:

$$E(x, y, z_0, \omega) = \mathcal{F}\{E(x, y, z_0, t)\}$$
(A.4.1)

$$\frac{E(x, y, z_0, \omega)}{\partial z} = \mathcal{F}\left\{\frac{E(x, y, z_0 + \Delta z, t) - E(x, y, z_0 - \Delta z, t)}{\Delta z}\right\}$$
(A.4.2)

$$H(x, y, z_0, \omega) = \mathcal{F}\left\{\frac{H(x, y, z_0 + \Delta z, t + \Delta t) + H(x, y, z_0 - \Delta z, t + \Delta t)}{2}\right\}.$$

$$\exp(-j\omega\Delta t/2)$$
(A.4.3)

$$\frac{H(x, y, z_0, \omega)}{\partial z} = \mathcal{F}\left\{\frac{H(x, y, z_0 + \Delta z, t + \Delta t) - H(x, y, z_0 - \Delta z, t + \Delta t)}{\Delta z}\right\} \cdot$$
(A.4.4)
$$\exp(-j\omega\Delta t/2)$$

gdzie \mathcal{F} oznacza transformatę Fouriera.

Mając dane składowe pól E, H oraz ich pochodne w dziedzinie częstotliwości dla danej wartości ω oraz w dowolnym punkcie z, wspomniane wielkości mogą być zapisane następująco:

$$E(x, y, z) = E_0(x, y, z_0)e^{-j\beta(z-z_0)} + E_0(x, y, z_0)\Gamma(z_0)e^{j\beta(z-z_0)}$$
(A.4.5)

$$H(x, y, z) = H_0(x, y, z_0)e^{-j\beta(z-z_0)} - H_0(x, y, z_0)\Gamma(z_0)e^{j\beta(z-z_0)}$$
(A.4.6)

$$\frac{\partial E(x,y,z)}{\partial z} = -j\beta E_0(x,y,z_0)e^{-j\beta(z-z_0)} + j\beta E_0(x,y,z_0)\Gamma(z_0)e^{j\beta(z-z_0)}$$
(A.4.7)

$$\frac{\partial H(x,y,z)}{\partial z} = -j\beta H_0(x,y,z_0)e^{-j\beta(z-z_0)} - j\beta H_0(x,y,z_0)\Gamma(z_0)e^{j\beta(z-z_0)}$$
(A.4.8)

grupując pochodną składowej pol
aEw kierunku propagacji (równanie (A.4.7)) oraz składow
ą polaH (równanie (A.4.6))

$$\begin{cases} \frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} = -j\beta E_0(x, y, z_0) \left(e^{-j\beta(z-z_0)} - \Gamma(z_0) e^{j\beta(z-z_0)} \right) \\ H(x, y, z) = H_0(x, y, z_0) \left(e^{-j\beta(z-z_0)} - \Gamma(z_0) e^{j\beta(z-z_0)} \right) \end{cases}$$
(A.4.9)

otrzymuje się:

$$\frac{\partial E(x,y,z)}{\partial z} = -j\beta E_0(x,y,z_0) \frac{H(x,y,z_0)}{H_0(x,y,z_0)} = -j\beta H(x,y,z) \frac{E_0(x,y,z_0)}{H_0(x,y,z_0)}$$
(A.4.10)

Analogicznie grupując pochodną składowej pol
aHw kierunku propagacji (równanie (A.4.8)) oraz składową pol
aE (równanie (A.4.5))

$$\begin{cases} \frac{\partial H(x,y,z)}{\partial z} = -j\beta H_0(x,y,z_0) \left(e^{-j\beta(z-z_0)} - \Gamma(z_0)e^{j\beta(z-z_0)} \right) \\ E(x,y,z) = E_0(x,y,z_0) \left(e^{-j\beta(z-z_0)} + \Gamma(z_0)e^{j\beta(z-z_0)} \right) \end{cases}$$
(A.4.11)

otrzymuje się:

$$\frac{\partial H(x,y,z)}{\partial z} = -j\beta H_0(x,y,z_0) \frac{E(x,y,z)}{E_0(x,y,z_0)} = -j\beta E(x,y,z) \frac{H_0(x,y,z_0)}{E_0(x,y,z_0)}$$
(A.4.12)

Podstawiając (A.4.10) do równania (A.4.12) można wyznaczyć zależność opisującą współczynnik propagacji β :

$$\beta = \pm \left[\frac{\frac{\partial E(x,y,z)}{\partial z}}{E(x,y,z)H(x,y,z)} \right]^{0.5}$$
(A.4.13)

Pochodne składowych pól Eoraz
 H (równania (A.4.12) oraz (A.4.10)) w punkci
e $z=z_0$ przyjmują postać:

$$\frac{\partial E(x,y,z)}{\partial z} = -j\beta E(x,y,z)\frac{1-\Gamma(z_0)}{1+\Gamma(z_0)}$$
(A.4.14)

$$\frac{\partial H(x,y,z)}{\partial z} = -j\beta H(x,y,z)\frac{1+\Gamma(z_0)}{1-\Gamma(z_0)}$$
(A.4.15)

Podstawiając (A.4.14) do równania (A.4.15) otrzymuje się zależność

$$A = \pm \left[\frac{\frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} H(x, y, z)}{\frac{\partial H(x, y, z)}{z} E(x, y, z)} \right]^{0.5}$$
(A.4.16)

przy czym

$$A = \frac{1 - \Gamma(z_0)}{1 + \Gamma(z_0)}$$
(A.4.17)

Niejednoznaczność pojawiająca się w zależnościach (A.4.13) oraz (A.4.16) może być usunięta przez założenie $|\Gamma| \leq 1$ oraz $\Re e\{\beta\} > 0$.

W przypadku analizy układu metodą różnic skończonych w dziedzinie czasu z wykorzystaniem techniki modeli sygnałów czasowych wielkości (A.4.1), (A.4.2), (A.4.3), (A.4.4) wyznaczane są jako superpozycja transformaty Fouriera odpowiedniego sygnału obliczonej numerycznie oraz analitycznej postaci odpowiedzi częstotliwościowej uzyskanej w oparciu o parametry modelowanego sygnału.

A.4.2 Definicje fal odbitej oraz transmitowanej

Jeżeli w punktach, w których rejestrowane są amplitudy pól występuje propagacja jednorodzajowa, wówczas na podstawie otrzymanej odpowiedzi czasowej układu można, z wykorzystaniem zależności podanych w punkcie A.4.1, dokonać prawidłowej ekstrakcji parametrów rozproszenia. Jeżeli powyższy warunek nie jest spełniony lub nie ma gwarancji, że w porcie istnieje tylko jeden rodzaj pola wówczas w celu wyznaczenia parametrów rozproszenia analizowanej struktury przyjmuje się następujące definicje sygnałów w dziedzinie czasu odpowiadających poszczególnym składowym pól

$$E_i(t) = \iint_S \mathbf{E}(x, y, z_0, t) \times \mathbf{h}_{Ti}(x, y, \omega_T) dS$$
(A.4.18)

$$H_i(t) = \iint_S \mathbf{e}_{Ti}(x, y, \omega_T) \times \mathbf{H}(x, y, z_0, t) dS$$
(A.4.19)

gdzie $\mathbf{E}(x, y, z_0, t)$ i $\mathbf{H}(x, y, z_0, t)$ to pola otrzymane w drodze trójwymiarowej symulacji obwodu w chwili czasu t w porcie, natomiast $\mathbf{e}_{Ti}(x, y, \omega_T)$ oraz $\mathbf{h}_{Ti}(x, y, \omega_T)$ to odpowiednio funkcje opisujące rozkład poprzeczny pól E i H i-tego rodzaju dla częstotliwości ω_T^{1} .

 $^{^1{\}rm Zakłada się,}$ że struktura jest bez
stratna, a dany rodzaj fali rozchodzi się, lub jest rodzaj
em zanikającym

Korzystając z wielkości wyznaczonych przez zastosowanie różnicowej metody obliczania współczynnika odbicia, otrzymuje się następujące definicje fal padających a_i i odbitych b_i dla i-tego rodzaju

$$a_i = \frac{E_i(\omega) + Z_i H_i(\omega)}{2\sqrt{|Z_i(\omega)|}} \qquad b_i = \frac{E_i(\omega) - Z_i H_i(\omega)}{2\sqrt{|Z_i(\omega)|}}$$
(A.4.20)

gdzie

$$Z = \left[\frac{E(x, y, z)\frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z}}{H(x, y, z)\frac{\partial H(x, y, z)}{z}}\right]^{0.5}$$
(A.4.21)

Dodatek B Dobroć układów mikrofalowych

W niniejszej części rozprawy zostaną podane informacje uzupełniające podstawowe zależności dotyczące dobroci rezonatorów mikrofalowych.

B.1 Dobroć rezonatorów prostokątnych

Rezonatory prostokątne (rys. B.1.1) pracujące z rodzajem TE_{101} pola należą do grupy układów, dla których możliwe jest wyprowadzenie zależności analitycznej charakteryzującej wartość współczynnika dobroci. Matematyczny opis parametru znacznie ułatwia weryfikację dokładności numerycznych technik wyznaczania wielkości Q.



Rys. B.1.1: Rezonator prostokątny

W ogólności dla pólTEw prostokątnym układzie współrzędnych zachodzą związki

$$E_{x} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad H_{x} = -j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} \frac{\partial^{2} \psi}{\partial x \partial z}$$

$$E_{y} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad H_{y} = -j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} \frac{\partial^{2} \psi}{\partial y \partial z}$$

$$E_{z} = 0 \qquad H_{z} = -j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} \left(\frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} + \beta^{2} \right) \psi$$
(B.1.1)

gdzie ψ jest potencjałem, dla rezonatora prostokątnego, postaci

$$\psi = A_{101}\cos(\beta_x x)\sin(\beta_z z) \tag{B.1.2}$$

podstawiając (B.1.2) do (B.1.1) otrzymuje się następujące zależności opisujące składowe pól rodzaju TE_{101} w rezonatorze prostokątnym.

$$E_y = -\frac{\beta_x}{\varepsilon} A_{101} \sin(\beta_x x) \sin(\beta_z z) \tag{B.1.3}$$

$$H_x = j \frac{\beta_x \beta_z}{\omega \mu \varepsilon} A_{101} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_z z)$$
(B.1.4)

$$H_z = -j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} A_{101} \beta_x^2 \cos(\beta_x x) \sin(\beta_z z)$$
(B.1.5)

Obecnie można skorzystać z definicji współczynnika dobroci, która określa wspomniany parametr jako stosunek energii zgromadzonej, do średniej mocy traconej w układzie.

Całkowita energia elektryczna zgromadzona w układzie wyraża się zależnością

$$W_{e} = \frac{\varepsilon}{4} \iiint_{V} |E|^{2} dV =$$

$$\frac{A_{101}^{2}\varepsilon}{2} \int_{0}^{c} \int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \sin^{2}(\beta_{x}x) \sin^{2}(\beta_{z}z) =$$

$$\frac{A_{101}^{2}\varepsilon}{2} \int_{0}^{a} \sin^{2}\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx \int_{0}^{b} dy \int_{0}^{c} \sin^{2}\left(\frac{\pi}{c}z\right) dz =$$

$$\frac{|A_{101}|^{2}}{8\varepsilon} \beta_{x}^{2} abl$$
(B.1.6)

Natomiast całkowita moc tracona przez obwód jest sumą mocy traconej na każdej z sześciu ścianek rezonatora. Ponieważ moc tracona przez ściankę górą jest taka sama jak moc tracona przez ściankę dolna itd., całkowita moc tracona przez rezonator może być zapisana w postaci

$$P = R \iint |H|^2 \, dS =$$

$$2R \int_0^c \int_0^b |H_z|^2 \, dy dz + 2R \int_0^b \int_0^a |H_x|^2 \, dx dz +$$

$$2R \int_0^c \int_0^a |H_x|^2 + |H_x|^2 \, dx dz =$$

$$\beta_x^2 \frac{R \, |A_{101}|}{4\mu^2 (b^2 + l^2)} \left[bl(b^2 + l^2) + 2a(b^3 + l^2) \right]$$
(B.1.7)

Ostatecznie, dobroć rodzaju TE_{101} rezonatora prostokątnego wyraża się zależnością

$$Q = \omega \frac{2W_e}{P} = \frac{\pi\mu}{2\varepsilon R} \left[\frac{b(a^2 + l^2)^{3/2}}{al(a^2 + l^2) + 2b(a^3 + l^3)} \right]$$
(B.1.8)



Rys. B.2.1: Rezonator cylindryczny

B.2 Dobroć rezonatorów cylindrycznych

Analogiczną analizę, jak dla rezonator prostokątnego, można przeprowadzić dla rodzaju TM_{010} rezonatora cylindrycznego (rys B.2.1).

W ogólności, dla rodzaju TMw cylindrycznym układzie współrzędnych, zachodzą zależności

$$E_{\rho} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho \partial z} \qquad H_{\rho} = j \omega \varepsilon \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi}$$
(B.2.1)

$$E_{\phi} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi \partial z} \qquad H_{\phi} = -j\omega \varepsilon \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho} \tag{B.2.2}$$

$$E_z = \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi \qquad H_z = 0 \tag{B.2.3}$$

(B.2.4)

gdzie ψ jest potencjałem postaci

$$\psi = A_{010} J_0(\beta_{\rho} \rho) \tag{B.2.5}$$

podstawiając (B.2.5) do (B.2.1) otrzymuje się następujące zależności opisujące składowe rodzaju TM_{010} pola w rezonatorze cylindrycznym

$$E_z = -j \frac{\beta_r^2}{\omega \mu \varepsilon} A_{010} J_0 \left(\frac{\chi_{01}}{a} \rho\right) \tag{B.2.6}$$

$$H_{\phi} = -\frac{\chi_{01}}{a} \frac{A_{010}}{\mu} J_0' \left(\frac{\chi_{01}}{a}\rho\right)$$
(B.2.7)

Ponownie korzystając z definicji i wyznaczając całkowitą energię zgromadzoną w obwodzie oraz moc traconą przez rezonator otrzymuje się, odpowiednio

$$W_{e} = \frac{\varepsilon}{4} \iiint_{V} |E|^{2} dV =$$

$$\frac{A_{010}^{2}\varepsilon}{2} \left(\frac{\beta_{r}^{2}}{\omega\mu\varepsilon}\right) \int_{0}^{h} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{a} J_{0}^{2} \left(\frac{\chi_{01}}{a}\rho\right) \rho d\rho d\phi dz =$$

$$\frac{|A_{010}|^{2} h\pi\varepsilon}{4} \left(\frac{a\beta_{r}^{2}}{\omega\mu\varepsilon}\right)^{2} J_{1}^{2}(\chi_{01})$$
(B.2.8)

oraz

$$P = \frac{R}{2} \iint |H|^2 \, dS = \frac{R}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^h |H_{\phi}|^2 \, a \, d\phi dz + R \int_0^{2\pi} \int_0^a |H_{\phi}|^2 \, \rho \, d\rho d\phi =$$
(B.2.9)
$$|A_{010}|^2 \frac{\pi R}{\mu^2} \beta_{\rho}^2 a(h+a) J_1^2 \, (\chi_{01})$$

Ostatecznie, współczynnik dobroci rodzaj
u TM_{010} pola rezonatora cylindrycznego wyraża się zależnością

$$Q = \omega \frac{2W_e}{P} = \frac{\chi_{01}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}{2\left(1 + \frac{a}{h}\right)R}$$
(B.2.10)

B.3 Dobroć rezonatorów złożonych

Należy przypomieć, że dobroć nieobciążoną Q_u układu można wyrazić jako

$$Q_u^{-1} = Q_d^{-1} + Q_c^{-1} \tag{B.3.1}$$

gdzie składniki Q_d i Q_c odnoszą się, odpowiednio do strat dielektrycznych i strat przewodzenia. Wielkości Q_d oraz Q_c dane są zależnościami (4.1.3) i (4.1.4), natomiast występujące w nich współczynniki geometryczny (G) oraz wypełnienia (p_e) opisane są równaniami (4.1.6) i (4.1.5).

Zależność (B.3.1) dotyczy zasadniczo rezonatorów dielektrycznych wykonanych z materiałów izotropowych o przenikalności dielektrycznej ε , scharakteryzowanych pod względem stratności zarówno przez wartość tangensa kąta stratności ($tg(\delta)$) oraz skończoną wartość przewodności (σ) struktury otaczającej rezonator dielektryczny. W technice pomiarowej oraz w konstrukcji układów aktywnych, a w szczególności oscylatorów wysokiej częstotliwości pracujących w temperaturach kriogenicznych, jako elementy stabilizujące prace obwodu wykorzystuje się często niskostratne monokryształy o anizotropii jednoosiowej. Rezonatory dielektryczne o wspomnianych właściwościach wykonuje się zazwyczaj w taki sposób, aby oś anizotropii była zgodna z osią symetrii struktury. Wówczas wartość współczynnika dobroci może być określona w oparciu o formułę

$$Q_u^{-1} = tg(\delta)_{\perp} p_{e\perp} + tg(\delta)_{\parallel} p_{e\parallel} + R_s G^{-1}$$
(B.3.2)

gdzie R_s jest rezystancją powierzchniową, G współczynnikiem geometrycznym, $p_{e\perp}$ oraz $p_{e\parallel}$ są, natomiast, współczynnikami wypełnienia, odpowiednio, prostopadłym i równoległym do osi anizotropii rezonatora, a tg $(\delta)_{\perp}$ i tg $(\delta)_{\parallel}$ odpowiednimi wartościami tangensów kąta stratności.

Wartość współczynnika dobroci zależy od stratności wszystkich elementów wchodzących w skład struktury rezonującej. W przypadku, gdy konstrukcja układu zawiera nie tylko rezonator dielektryczny, w postaci pastylki lub dysku wykonanego ze materiału izotropowego, lub o anizotropii jednoosiowej, ale również z elementów go podtrzymujących, to podczas wyznaczania wartości parametru również muszą być uwzględnione straty wynikające z niezerowej wartości tangensa kąta stratności suportu. Wobec tego równanie (B.3.1) modyfikowanie jest do postaci

$$Q_u^{-1} = Q_d^{-1} + Q_{ds}^{-1} + Q_c^{-1}$$
(B.3.3)

gdzie Q_{ds} jest wartością współczynnika dobroci zdeterminowaną startami materiału dielektrycznego suportu. Wartość czynnika Q_{ds} wyraża się w analogiczną zależnością jak Q_d (4.1.3), przy czym obszar całkowania podczas szacowania wielkość p_e dla Q_{ds} obejmuje jedynie przestrzeń ograniczoną wymiarami suportu.

Analogicznie, w sytuacji, gdy wybranie fragmenty struktury rezonatora pokryte są warstwami nadprzewodnika wysokotemperaturowego o rezystancji powierzchniowej R_{ss} , w celu właściwego scharakteryzowania układu przez wyznaczenie wartości współczynnika dobroci, do zależności (B.3.1) lub (B.3.3) dochodzi czynnik $Q_s^{-1} = R_{ss}G^{-1}$ gdzie wielkość G jest dana równaniem (4.1.6). Określenie wartości współczynnika geometrycznego wymaga ograniczenia obszaru całkowania pola H do powierzchni wyznaczonej przez elementy o właściwościach nadprzewodzących.

Na zakończenie należy przypomnieć, iż wartości współczynnika dobroci zależy również od ilości energii wypromieniowanej w okresie drgań obwodu, w przypadku struktur otwartych, lub ilości energii odsprzężonej przez aperturę zewnętrzną. W ostatnim przypadku parametr Q określany jest mianem dobroci nieobciążonej.

Dodatek C

Synteza wielomianów funkcji filtrującej

W tej części niniejszej rozprawy zostanie pokazane, że zależności opisujące charakter transmisyjny S_{21} i odbiciowy S_{11} dowolnej bezstratnej struktury filtrującej złożonej z N wzajemnie sprzężonych rezonatorów mogą być wyrażone jako funkcje wymierne o liczniku i mianowniku stopnia N [21]. Podana również zostanie rekurencyjna metoda syntezy wielomianów funkcji aproksymujących odpowiedź filtrów pseudo-eliptycznych [7].

C.1 Wymierność funkcji filtrującej

Niech funkcja transmisyjna S_{21} prototypu dolnoprzepustowego filtru będzie dana zależnością

$$|S_{21}|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_N^2(\omega)}$$
(C.1.1)

gdzie ε pozostaje w relacji $\varepsilon = (10^{R/10} - 1)^{0.5}$ ze stratami odbiciowymi o wartości R, $F_N(\omega)$ jest natomiast funkcją filtrującą. Korzystając z zasady zachowania energii, w przypadku układów bezstratnych, otrzymuje się funkcję odbiciową S_{11} w postaci

$$|S_{11}|^2 = 1 - |S_{21}|^2 = \frac{\varepsilon^2 F_N^2(\omega)}{1 + \varepsilon^2 F_N^2(\omega)}$$
(C.1.2)

Funkcja filtrująca pojawiająca się w zależnościach C.1.1 i C.1.2 dla przypadku uogólnionej charakterystyki Czebyszewa wyraża się zależnością

$$F_N(\omega) = \cosh\left(\sum_{n=1}^N \cosh^{-1}(x_n)\right)$$
(C.1.3)

gdzie

$$x_n = \frac{\omega - 1/\omega_n}{1 - \omega/\omega_n} \tag{C.1.4}$$

przy czym $s_n = j\omega_n$ jest położeniem n-tego zera transmisyjnego na płaszczyźnie S. W przypadku, gdy wszystkie N zer transmisyjnych znajduje się w nieskończoności, funkcja filtrująca degeneruje się do postaci

$$T_N(\omega) = \cosh\left(N\cosh^{-1}(\omega)\right)$$
 (C.1.5)

W celu wykazania, iż funkcja filtrująca a tym samym funkcje transmisyjna i odbiciowa są funkcjami wymiernymi należy skorzystać z tożsamości [7]

$$\cosh^{-1}(x_n) = \ln\left(x_n + \left(x_n^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}\right)$$
 (C.1.6)

Podstawiając obecnie

$$a_n = x_n, \qquad b_n = \left(x_n^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}$$
 (C.1.7)

Otrzymuje się zależność

$$F_N(\omega) = \cosh\left(\sum_{n=1}^N \ln\left(a_n + b_n\right)\right) \tag{C.1.8}$$

rozpisując funkcję cosh otrzymuje się

$$F_N(\omega) = \frac{1}{2} \left(\exp\left(\sum_{n=1}^N \ln\left(a_n + b_n\right)\right) + \exp\left(-\sum_{n=1}^N \ln\left(a_n + b_n\right)\right) \right)$$
$$= \frac{1}{2} \left(\prod_{n=1}^N (a_n + b_n) + \frac{1}{\prod_{n=1}^N (a_n + b_n)} \right)$$
(C.1.9)

mnożąc obecnie licznik i mianownik drugiego czynnika powyższego równania przez $\prod_{n=1}^{N} (a_n - b_n)$ otrzymuje się wyrażenie

$$A = \frac{1}{\prod_{n=1}^{N} (a_n + b_n)} \cdot \frac{\prod_{n=1}^{N} (a_n - b_n)}{\prod_{n=1}^{N} (a_n - b_n)} = \frac{\prod_{n=1}^{N} (a_n - b_n)}{\prod_{n=1}^{N} (a_n^2 - b_n^2)} = \prod_{n=1}^{N} (a_n - b_n)$$

Ponieważ $\prod_{n=1}^{N} (a_n^2 - b_n^2) = 1$ więc

$$F_N(\omega) = \frac{1}{2} \left(\prod_{n=1}^N (a_n + b_n) + \prod_{n=1}^N (a_n - b_n) \right)$$
(C.1.11)

Podstawiając do powyższego równania wyrażenia (C.1.7) definiujące zmienne a_n i b_n można wykazać że

$$F_{N}(\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{\prod_{n=1}^{N} (c_{n} + d_{n}) + \prod_{n=1}^{N} (c_{n} - d_{n})}{\prod_{n=1}^{N} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{n}}\right)} \right]$$
(C.1.12)

gdzie

$$c_n = \omega - 1/\omega_n$$
 $d_n = \left[\omega' \left(1 - 1/\omega_n^2\right)\right]^{1/2}$ $\omega' = \omega^2 - 1$ (C.1.13)

Mianownik funkcji F_N jest wielomianem zmiennej ω , natomiast, w postaci jawnej, licznik jest złożeniem wielomianów zmiennej ω oraz zmiennej ω' . Z chwilą jednak rozwinięcia iloczynów licznika wszystkie czynniki wymnożone przez ω' ulegną redukcji. W wyniku rozwinięcia licznika powstaną czynniki złożone z iloczynów c_n oraz d_n . Ze względu na sumowanie elementów w pierwszym iloczynie, po rozwinięciu wszystkie składniki będą miały znak dodatni. W wyniku rozwinięcia kolejnego iloczynu powstaną identyczne kombinacje czynników, niemniej różnica elementów c_n oraz d_n pod symbolem iloczynu spowoduje, że wszystkie czynniki zawierające nieparzystą liczbę d_n będą miały znak ujemy. Stąd też te składniki ulegną redukcji. Pozostałe czynniki zawierać będą parzystą liczbę elementów d_n i stąd zmienna ω' , która jest wspólnym mnożnikiem wszystkim elementów d_n będzie zawsze podniesiona do parzystej potęgi. Ostatecznie licznik będzie więc wielomianem jedynie zmiennej ω .

C.2 Rekurencyjna synteza wielomianów

Ponieważ powyżej wykazano, że $F_N(\omega)$ jest funkcją wymierną, to można ją zapisać w postaci

$$F_N(\omega) = \frac{P_N(\omega)}{D_N(\omega)} \tag{C.2.1}$$

gdzie $P_N(\omega)$ i $D_N(\omega)$ są wielomianami stopnia N. Stąd

$$|S_{21}|^{2} = \frac{D_{N}^{2}(\omega)}{D_{N}^{2} + \varepsilon^{2} P_{N}^{2}(\omega)} \qquad |S_{11}|^{2} = \frac{\varepsilon^{2} P_{N}^{2}(\omega)}{D_{N}^{2} + \varepsilon^{2} P_{N}^{2}(\omega)} \qquad (C.2.2)$$

Ponieważ

$$D_N(\omega) = \prod_{n=1}^N \left(1 - \frac{\omega}{\omega_n} \right) \tag{C.2.3}$$

Stąd też funkcja $F_N(\omega)$ może być zapisana jako

$$F_N(\omega) = \frac{P_N(\omega)}{\prod_{n=1}^N \left(1 - \frac{\omega}{\omega_n}\right)}$$
(C.2.4)

W celu wyznaczenia licznika $P_N(\omega)$, w oparciu o proste przekształcenia trygonometryczne, zostanie wyprowadzona zależność rekurencyjna wiążąca ze sobą wielkości $P_{N-1}(\omega)$, $P_N(\omega)$ oraz $P_{N+1}(\omega)$. $F_{N-1}(\omega)$ oraz $F_{N+1}(\omega)$ można zapisać jako

$$F_{N-1}(\omega) = \frac{P_{N-1}(\omega)}{\prod_{n=1}^{N-1} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_n}\right)} = \frac{P_{N-1}(\omega) \left(1 - \frac{\omega}{\omega_N}\right)}{\prod_{n=1}^{N} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_n}\right)}$$
(C.2.5)

$$F_{N+1}(\omega) = \frac{P_{N+1}(\omega)}{\prod_{n=1}^{N+1} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_n}\right)} = \frac{P_{N+1}(\omega)}{\left[\prod_{n=1}^{N} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_n}\right)\right] \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{N+1}}\right)}$$
(C.2.6)

Korzystając z tożsamości

$$\cosh(\alpha + \beta) = \cosh(\alpha)\cosh(\beta) + \sinh(\alpha)\sinh(\beta)$$
(C.2.7)

można wyprowadzić następującą zależność

$$F_{N+1}(\omega) = \cosh\left(\sum_{n=1}^{N+1}\cosh^{-1}(x_n)\right)$$

= $\cosh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n) + \cosh^{-1}(x_{N+1})\right)$
= $\sinh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n)\right)\sinh\left(\cosh^{-1}(x_{N+1})\right) + \cosh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n)\right)x_{N+1}$
= $\sinh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n)\right)\sinh\left(\cosh^{-1}(x_{N+1})\right) + x_{N+1}\frac{P_N(\omega)}{D_N}$
= $\sinh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n)\right)\underbrace{\left(x_{N+1}^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}}_{W_{N+1}} + x_{N+1}\frac{P_N(\omega)}{D_N}$ (C.2.8)

Analogicznie

$$F_{N-1}(\omega) = \cosh\left(\sum_{n=1}^{N-1}\cosh^{-1}(x_n)\right)$$

= $\cosh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n) - \cosh^{-1}(x_N)\right)$
= $-\sinh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n)\right)\sinh\left(\cosh^{-1}(x_N)\right) + \cosh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n)\right)x_N$
= $-\sinh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n)\right)\sinh\left(\cosh^{-1}(x_N)\right) + x_N\frac{P_N(\omega)}{D_N}$
= $-\sinh\left(\sum_{n=1}^{N}\cosh^{-1}(x_n)\right)\underbrace{\left(x_N^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}}}_{W_N} + x_N\frac{P_N(\omega)}{D_N}$ (C.2.9)

Podstawiając wyrażenie definiujące x_n do czynników oznaczonych W_{N+1} oraz $W_N,$ otrzymuje się zależności

$$W_{N+1} = \frac{\left[\left(\omega^2 - 1\right)\left(1 - \left(\frac{1}{\omega_{N+1}}\right)^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \frac{\omega}{\omega_{N+1}}\right)} = \frac{\hat{\omega}\left(1 - \left(\frac{1}{\omega_{N+1}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \frac{\omega}{\omega_{N+1}}\right)}$$
(C.2.10)

oraz

$$W_N = \frac{\left[\left(\omega^2 - 1\right)\left(1 - \left(\frac{1}{\omega_N}\right)^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \frac{\omega}{\omega_N}\right)} = \frac{\hat{\omega}\left(1 - \left(\frac{1}{\omega_N}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \frac{\omega}{\omega_N}\right)}$$
(C.2.11)

gdzie $\hat{\omega} = \omega^2 - 1$

stąd

$$\frac{P_{N-1}(\omega)\left(1-\frac{\omega}{\omega_N}\right)}{D_N(\omega)} = -\sinh\left(\sum_{n=1}^N \cosh^{-1}(x_n)\right)\frac{\hat{\omega}\left(1-\left(\frac{1}{\omega_N}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1-\frac{\omega}{\omega_N}\right)} + \frac{P_N(\omega)}{D_N(\omega)}\cdot\frac{\left(\omega-\frac{1}{\omega_N}\right)}{\left(1-\frac{\omega}{\omega_N}\right)}$$
(C.2.12)

oraz

$$\frac{P_{N+1}(\omega)}{\left(1-\frac{\omega}{\omega_{N+1}}\right)D_N(\omega)} = \sinh\left(\sum_{n=1}^N \cosh^{-1}(x_n)\right) \frac{\hat{\omega}\left(1-\left(\frac{1}{\omega_{N+1}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1-\frac{\omega}{\omega_{N+1}}\right)} + \frac{P_N(\omega)}{D_N(\omega)} \cdot \frac{\left(\omega-\frac{1}{\omega_{N+1}}\right)}{\left(1-\frac{\omega}{\omega_{N+1}}\right)}$$
(C.2.13)

Eliminując wielkość sinh z obu powyższych wyrażeń otrzymuje się zależność rekurencyjną

1

postaci

$$P_{N+1}(\omega) = -P_{N-1}(\omega) \left(1 - \frac{\omega}{\omega_N}\right) \left[\frac{\left(1 - \left(\frac{1}{\omega_{N+1}}\right)^2\right)}{\left(1 - \frac{\omega}{\omega_N}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} + P_N(\omega) \left\{ \left[\omega - \frac{1}{\omega_{N+1}} + \left(\omega - \frac{1}{\omega_N}\right)\right] \left[\frac{\left(1 - \left(\frac{1}{\omega_{N+1}}\right)^2\right)}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_N}\right)^2\right)}\right]^{\frac{1}{2}} \right\} (C.2.14)$$

Wielomiany P_0 oraz P_1 mają postać $P_0=1$ i $P_1=\omega-1/\omega_1.$

Dodatek D

Metoda Cauchy'ego

Metoda Cauchy'ego [1, 45] pozwala uzyskać odpowiedź układu w szerokim pasmie na podstawie charakterystyki obwodu wyznaczonej jedynie w kilku punktach częstotliwościowych, przez utworzenie analitycznego modelu struktury w postaci funkcji wymiernej.

W ramach niniejszej rozprawy metodę Cauchy'ego wykorzystano do konstrukcji modeli filtrów wysokiej częstotliwości na podstawie ich odpowiedzi w wąskim pasmie częstotliwości. Jako że parametry S_{11} i S_{21} dla wspomnianej klasy układów są funkcjami wymiernymi (dodatek C), metoda Cauchy'ego gwarantuje uzyskanie modeli o dużej wiarygodności.

D.1 Interpolacja wymierna funkcji zespolonej

Niech będzie dana funkcja wymierna H(s) zmiennej zespolonej s, gdzie $s = j\omega$, w przypadku gdy zagadnienie aproksymacji rozważane jest na płaszczyźnie S, lub $s = z = e^{j\omega}$, w przypadku analizy problemu na płaszczyźnie Z. Z założenia funkcja H(s), będąca odpowiedzią układu uzyskaną w drodze pomiarów lub symulacji elektromagnetycznej modelowana jest w postaci ilorazu wielomianów A(s) oraz B(s).

$$H(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} a_i s^i}{\sum_{i=0}^{N-1} b_i s^i}$$
(D.1.1)

Jeżeli wartości funkcji H(s) określone są w L punktach częstotliwościowych s_i , gdzie $i = 1, \ldots, L$, wówczas można sformułować układ L równań liniowych przez podstawienie wspominanych wartości i sprowadzenie równania (D.1.1) do postaci

$$A(s) - H(s)B(s) = \sum_{i=0}^{M-1} a_i s^i - H(s) \sum_{i=0}^{N-1} b_i s^i = 0$$
 (D.1.2)

Układ równań (D.1.2) można przedstawić w formie macierzowej

$$\left(\mathbf{A}\right)_{L\times N}\mathbf{a} - \left(\mathbf{B}\right)_{L\times M}\mathbf{b} = \left(\mathbf{A}, -\mathbf{B}\right)_{L\times M+N} \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{C}\right)_{L\times M+N} = \mathbf{0} \qquad (D.1.3)$$

gdzie $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{M-1})^H$, $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_{N-1})^H$, oraz $(\mathbf{A})_{L \times M}$ jest macierzą Vandermonde'a [46]

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & s_1 & s_1^2 & \cdots & s_1^{M-1} \\ 1 & s_2 & s_2^2 & \cdots & s_2^{M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & s_L & \cdots & \cdots & s_L^{M-1} \end{pmatrix}$$
(D.1.4)

natomiast $(\mathbf{B}) = (\mathbf{H})_{L \times L} (\mathbf{A})_{L \times N}$, gdzie $(\mathbf{H})_{L \times L}$ jest macierzą diagonalną o elementach $H(s_i), i = 1 \dots L$.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & H(s_1) s_1 & H(s_1) s_1^2 & \cdots & H(s_1) s_1^{M-1} \\ 1 & H(s_2) s_2 & H(s_2) s_2^2 & \cdots & H(s_2) s_2^{M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & H(s_L) s_L & \cdots & \cdots & H(s_L) s_L^{M-1} \end{pmatrix}$$
(D.1.5)

W przypadku gdy zachodzi relacja L = N + M, rozmiar jądra operatora (**C**) jest równy jedności co gwarantuje jednoznaczność rozwiązania układu równań(D.1.3). W [1] uogólniona metoda najmniejszych kwadratów (ang. total least squares (TLS)) została użyta do rozwiązania nadokreślonego układu równań (D.1.3). Macierz (**C**) składa się z podmacierzy (**A**), której elementy są funkcją jedynie *s*, natomiast elementy podmacierzy (**B**) pozostają w relacji nie tylko do punktów częstotliwościowych, ale również zależą od wartości funkcji H(s), która sama w sobie obarczona jest błędami. W celu uwzględnienia opisanej właściwości dokonuje się rozkładu pierwszych M + 1 kolumn macierzy **C** na macierz unitarną **Q** oraz macierz górną trójkątną **R**. W wyniku dekompozycji QR macierzy **C**

$$\left(\mathbf{QR}\right) \begin{pmatrix} a\\b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12}\\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a\\b \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$
(D.1.6)

otrzymuje się macierz górną trójkątną $(\mathbf{R}_{11})_{M+1\times M+1}$ oraz macierz $(\mathbf{R}_{22})_{L-M+1\times N+1}$ obarczoną błędami wnoszonymi przez H(s). Ostatecznie

$$(\mathbf{R}_{22})\mathbf{b} = \mathbf{0} \tag{D.1.7}$$

oraz

$$(\mathbf{R}_{11})\mathbf{a} = -(\mathbf{R}_{12})\mathbf{b} \tag{D.1.8}$$

Wartości współczynników $b_i, i=1\ldots N$ znajduje się przez dekompozycję macierzy R $_{22}$ na wartości szczególne

$$(\mathbf{R}_{22})\mathbf{b} = (\mathbf{U})(\mathbf{D})(\mathbf{V})^{H}\mathbf{b} = \mathbf{0}$$
(D.1.9)

Ostatecznie optymalnemu rozwiązaniu układu (D.1.9) odpowiada ostatnia kolumna macierzy V. Z chwilą gdy wektor **b** jest znany, współczynniki **a** licznika równania (D.1.1) są wyznaczane przez rozwiązanie zależności (D.1.8).

D.2 Metoda Cauchy'ego dla zagadnienia aproksymacji odpowiedzi filtrów na płaszczyźnie S

W przypadku zastosowania metody Cauchy'ego w procesie optymalizacji filtrów mikrofalowych modele odpowiadające charakterystykom S_{11} oraz S_{21} mogą być budowanie niezależnie. Można również wykorzystać fakt, iż dla układów bezstratnych parametry rozproszenia pozostają względem siebie w odpowiedniej relacji. W takim przypadku, ponieważ funkcje opisujące S_{11} oraz S_{21} maja wspólny mianownik, zależności interpolujące można zapisać jako

$$\begin{cases} S_{21}(s) = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} a_i^1 s^i}{\sum_{i=0}^{N-1} b_i s^i} \\ S_{11}(s) = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} a_i^2 s^i}{\sum_{i=0}^{N-1} b_i s^i} \end{cases}$$
(D.2.1)

Gdy wartości parametrów rozproszenia dane w L punktach częstotliwościowych s_i , wówczas przekształcając (D.2.1) można sformułować analogiczny jak w przypadku (D.1.2) układ równań

$$\begin{cases}
\sum_{\substack{i=0\\P-1}}^{M-1} a_i^1 s^i - S_{21}(s) \sum_{\substack{i=0\\N-1}}^{N-1} b_i s^i = 0 \\
\sum_{i=0}^{N-1} a_i^2 s^i - S_{11}(s) \sum_{i=0}^{N-1} b_i s^i = 0
\end{cases}$$
(D.2.2)

lub w postaci macierzowej

$$\begin{cases} (\mathbf{A}, -\mathbf{S}_{11}\mathbf{B})_{L \times M + N} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^{1} \\ \mathbf{b} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \\ (\mathbf{A}, -\mathbf{S}_{21}\mathbf{B})_{L \times M + N} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^{2} \\ \mathbf{b} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \end{cases}$$
(D.2.3)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{L \times M} & \mathbf{0}_{L \times P} & -\mathbf{S}_{11} \mathbf{B}_{L \times N} \\ \mathbf{0}_{L \times M} & \mathbf{A}_{L \times P} & -\mathbf{S}_{21} \mathbf{B}_{L \times N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^{1} \\ \mathbf{a}^{2} \\ \mathbf{b} \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$
(D.2.4)

Zastosowanie metody Cauchy'ego zostanie poniżej zilustrowane na przykładzie aproksymacji odpowiedzi dwurodzajowego filtru falowodowego o indukcyjnie sprzężonych wnękach rezonansowych [48, 49, 79, 122] (rys. D.2.1 i D.2.2). Struktura filtru pozwala na uzyskanie charakterystyk o przebiegu symetrycznym (rys. D.2.1) i asymetrycznym (rys. D.2.2) jedynie poprzez zmianę wymiarów geometrycznych.



Rys. D.2.1: Dwurodzajowy indukcyjny filtr falowodowy o odpowiedzi symetrycznej (Wymiary w milimetrach: $a = 19.05, b = 9.525, a_1 = 9.784, a_2 = 29.932, a_3 = 10.146, a_4 = 30.340, a_5 = 10.178, l_1 = 2.619, l_2 = 28.631, l_3 = 11.859, l_4 = 28.356, l_5 = 3.231, s_1 = 3.157, s_3 = 2.774$).

Rys. D.2.2: Dwurodzajowy indukcyjny filtr falowodowy o odpowiedzi asymetrycznej (Wymiary w milimetrach: $a = 19.05, b = 9.525, a_1 = 10.153, a_2 = 46.338, a_3 = 10.593, a_4 = 25.174, a_5 = 11.003, l_1 = 3.277, l_2 = 26.142, l_3 = 11.948, l_4 = 27.994, l_5 = 4.706, s_1 = 19.540, s_3 = 7.291).$

W przypadku modelowania odpowiedzi filtru pasmowo-przepustowego w postaci funkcji wymiernej na płaszczyźnie S, zmienna s w równaniach (D.1.1) i (D.1.2) przyjmuje postać $s_i = j\omega_i$, przy czym $\omega_i \to \omega_0/\Delta\omega((\omega_i/\omega_0) - (\omega_0/\omega_i), i = 1, \ldots, L)$, gdzie ω_0 jest częstotliwością środkową filtru, natomiast $\Delta\omega$ jest szerokością pasma przepustowego struktury. Transformacja jaka ma miejsce w przypadku aproksymacji charakterystyk S_{mn} na płaszczyźnie S pozwala na uniknięcie problemu złego uwarunkowania macierzy C (równanie (D.1.3)) i gwarantuje utworzenie modeli wysokiej jakości. W tabelach D.2.1 i D.2.2 umieszczono odpowiednio wartości współczynników wielomianów licznika i mianownika funkcji wymiernych aproksymujących charakterystyki S_{11} i S_{21} na płaszczyźnie S dwurodzajowego filtru falowodowego o odpowiedzi symetrycznej.

Tabela D.2.1: Współczynniki wielomianów licznika (a_n) i mianownika (b_n) aproksymacji S_{11} dwurodzajowego filtru falowodowego (charakterystyka symetryczna rys. D.2.1)

n	0	1	2	3	4
b_n	1.0000	2.0677 - j0.0002	3.1905 + j0.0012	2.7701 - j0.0013	1.3944 + j0.0042
a_n	-0.7485 + j0.6349	-0.0021 + j0.0026	-0.7755 + j0.6571	0.0025 + j0.0005	-0.1078 + j0.0890

Tabela D.2.2: Współczynniki wielomianów licznika (a_n) i mianownika (b_n) aproksymacji S_{21} dwurodzajowego filtru falowodowego (charakterystyka symetryczna rys. D.2.1)

n	0	1	2	3	4
b_n	1.0000	2.0933 - j0.0005	3.2259 + j0.0011	2.8135 - j0.0017	1.4211 + j0.0042
a_n	0.0002 + j0.0001	-0.0044 + j0.0083	-0.2281 - j0.2509	0.0018 + j0.0166	-0.9516 - j1.0458

Oba modele zostały utworzone niezależnie, tj. wartości współczynników a_n i b_n wyznaczono w oparciu o rozwiązanie układu równań postaci (D.1.3). Ponieważ modelowany filtr

jest czwartego rzędu ustalono czwarty stopień licznika oraz mianownika funkcji aproksymującej¹. Równie ważnym zagadnieniem jak wybór złożoności wielomianów jest ustalenie położenia punków częstotliwościowych, w których obliczana jest odpowiedź struktury. W przypadku aproksymacji charakterystyki odbiciowej filtru, model utworzono w oparciu o wartości S_{11} wyznaczone w dziewięciu punktach częstotliwościowych, rozmieszczonych równomiernie w paśmie przepustowym filtru (punkty oznaczono symbolem (×) na wykresie D.2.3). W celu utworzenia modelu analitycznego charakterystyki transmisyjnej układu parametr S_{21} obliczono również w dziewięciu punktach częstotliwościowych, jednak tym razem rozmieszczonych równomiernie w przedziale obejmującym swym zakresem położenie zer transmisyjnych² (punkty oznaczono symbolem (\circ) na wykresie D.2.3).

Na wykresach D.2.3 i D.2.4 zilustrowano krzywe, w oparciu o które utworzono modele filtru po transformacji do odpowiedniego prototypu dolnoprzepustowego oraz charakterystyki odtworzone w oparciu o funkcje aproksymujące (tabele D.2.1 i D.2.2). Jakość przybliżenia



Rys. D.2.3: Charakterytsyki elementów macierzy rozproszenia dwurodzajowego indukcyjnego filtru falowodowego o odpowiedzi symetrycznej uzyskanie w oparciu o analizę pełnofalową (linia ciągła) oraz w drodze modelowanie odpowiedzi układu metodą Cauchy'ego na płaszczyźnie S (linia przerywana).



Rys. D.2.4: Charakterystyki elementów macierzy rozproszenia dwurodzajowego indukcyjnego filtru falowodowego o odpowiedzi asymetrycznej uzyskanie w oparciu o analizę pełnofalową (linia ciągła) oraz w drodze modelowanie odpowiedzi układu metodą Cauchy'ego na płaszczyźnie S (linia przerywana).

charakterystyk zarówno S_{11} jak i S_{21} jest na tyle wysoka, że krzywe są nierozróżnialne. Kwadrat normy błędu aproksymacji odpowiedzi filtru jest rzędu 10^{-6} zarówno dla S_{11} i S_{21} .

¹W ogólności dla metody Cauchy'ego stopnie wielomianów ustala się w oparciu o wartości szczególne macierzy **C** (równanie (D.1.3)) [1]. Jednak dla celów aproksymacji charakterystyk filtrów dostatecznie dobrym oszacowaniem stopnia wielomianów funkcji aproksymujących są rzędy modelowanych struktur.

²Odpowiedni dobór punktów częstotliwościowych może być potraktowany jako odrębne zagadnienie aproksymacji bowiem rozkład wartości s_i ma niekwestionowany wypływ na dokładność modelowania. Niemniej testy numeryczne pokazały, że duże koszty optymalnego doboru rozkładu punktów częstotliwościowych nie rekompensują stopnia poprawy jakości modelu. Innymi słowy zastosowanie równomiernego rozkładu punków częstotliwościowych w pasmie filtru gwarantuje dostatecznie dobrą aproksymację odpowiedzi układu, aczkolwiek norma błędu charakterystyki modelowanej oraz krzywej otrzymanej w oparciu o model analityczny nie jest minimalna.

Analogiczne obliczenia wykonano dla dwurodzajowego, indukcyjnego filtru falowodowego o asymetrycznej charakterystyce transmisyjnej. Asymetryczność charakterystyki S_{21} filtru jest konsekwencją dwurodzajowej pracy (rodzaje TE_{102} i TE_{301}) tylko jednej z wnęk rezonansowych układu stąd też filtr jest trzeciego rzędu. W celu wyznaczenia współczynników wielomianów funkcji wymiernych aproksymujących charakterystyki S_{11} oraz S_{21} wartości parametrów rozproszenia obliczono w 7 punktach częstotliwościowych (punkty oznaczone symbolami (×) oraz (\circ) rys. D.2.4). Modele utworzono niezależnie. Zgodnie z topologią filtru stopnie licznika i mianownika modeli ustalono na 3. Wartości współczynników wielomianów a_n i b_n modeli funkcji S_{11} oraz S_{21} umieszczono odpowiednio w tabelach D.2.3 i D.2.4.

Tabela D.2.3: Współczynniki wielomianów licznika (a_n) i mianownika (b_n) aproksymacji S_{11} dwurodzajowego filtru falowodowego (charakterystyka asymetryczna rys. D.2.2)

n	0	1	2	3
b_n	1.0000	2.2860 - j0.3205	3.3814 - j1.0859	1.9058 - j1.8994
a_n	-0.7197 + j0.6631	0.2124 + j0.2382	-0.5316 + j0.4804	0.1046 + j0.1279

Tabela D.2.4: Współczynniki wielomianów licznika (a_n) i mianownika (b_n) aproksymacji S_{21} dwurodzajowego filtru falowodowego (charakterystyka asymetryczna rys. D.2.2)

	n	0	1	2	3
٢	b_n	1.0000	2.3264 - j0.3266	3.4329 - j1.1041	1.9499 - j1.9508
	a_n	0.0021 + j0.0007	-0.0297 + j0.0583	-1.1696 - j1.1005	-1.8489 + j2.0397

Jakość aproksymacji odpowiedzi filtru wyrażona wartością kwadratu normy błędu, przy założeniu niezależnego modelowania charakterystyk układu, wyniosła $4.2 \cdot 10^{-7}$ dla S_{21} oraz $8.1 \cdot 10^{-7}$ dla S_{11} .

D.2.1 Równoczesna aproksymacja charakterystyk S_{11} i S_{21} metodą Cuachy'ego

W przypadku uwzględnienia wzajemnej relacji zachodzącej miedzy wartościami S_{11} i S_{21} i wyznaczenia współczynników wielomianów funkcji aproksymującej przez rozwiązanie układu równań (D.2.4), norma błędu odtworzenia charakterystyk dla czwartego stopnia licznika i mianownika funkcji modelującej jest wysoka. Zwiększanie liczby punktów częstotliwościowych, czy nierównomierny ich rozkład nie gwarantuje uzyskania obniżenia normy błędu. Natomiast podniesienie stopnia wielomianów o jeden przynosi znaczną poprawę odtworzenia charakterystyk. Zmiana stopni wielomianów do wartości, które nie wynikają z topologii modelowanego układu uniemożliwia zastosowanie metody do celów optymalizacji w sposób opisany w rozdziale 5. Możliwa jest jednak modyfikacja układu równań (D.2.4), która dla rzędów wielomianów wynikających z charakteru modelowanego układu pozwala na osiągnięcie stosunkowo niskiej normy błędu aproksymacji charakterystyk, przy jednoczesnym wymuszeniu identycznych wielomianów mianownika. Wspomniana modyfikacja opiera się na wyznaczeniu wartości S_{11} jedynie w pasmie przepustowym filtru oraz wartości S_{21} w pasmie, którego zakres obejmuje położenie zer transmisyjnych, analogicznie jak w przypadku tworzenia niezależnych modeli charakterystyk. Na podstawie obliczonych wartości funkcji rozproszenia w odpowiednich punktach częstotliwościowych formowany jest układ równań

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{L\times M}^{1} & \mathbf{0}_{L\times P} & -\mathbf{B}_{L\times N}^{1} \\ \mathbf{0}_{L\times P} & \mathbf{A}_{L\times M}^{2} & -\mathbf{B}_{L\times N}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^{1} \\ a^{2} \\ b \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$
(D.2.5)

gdzie \mathbf{A}^1 , \mathbf{A}^2 są macierzami postaci (D.1.4) przy czym punkty s_i , $i = 1, \ldots L$ zawierają się odpowiednio w przedziale określonych przez pasmo przepustowe struktury oraz w zakresie częstotliwości obejmującym położenie zer transmisyjnych filtru. Macierze \mathbf{B}^1 i \mathbf{B}^2 dane są zależnościami $\mathbf{B}^1 = \mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_{L\times N}^1$ oraz $\mathbf{B}^2 = \mathbf{S}_{21}\mathbf{A}_{L\times N}^2$, gdzie \mathbf{S}_{11} \mathbf{S}_{21} są macierzami diagonalnymi.

Wartości współczynników funkcji aproksymujących, stanowiące rozwiązanie układu równań (D.2.5), umieszczono w tabeli D.2.5. Jak można zauważyć, zarówno w przypadku modeli konstruowanych niezależnie, jak i z wymuszeniem wspólnego mianownika, współczynniki wielomianów są wartościami zespolonymi, mimo że aproksymowana jest charakterystyka symetryczna. Jest to konsekwencją nieliniowej transformacji odpowiedzi struktury filtrującej do prototypu dolnoprzepustowego.

Tabela D.2.5: Współczynniki wielomianów licznika (a_n^1) aproksymacji charakterysyki S_{11} , (a_n^2) aproksymacji charakterystyki S_{21} i mianownia (b_n) S_{11} i S_{21} dwurodzajowego filtru falowodowego (odpowiedź symetryczna rys. D.2.1). Wartości wyznaczone w oparciu o układ równań (D.2.4).

n	0	1	2	3	4
b_n	1.0000	2.0902 - j0.0008	3.2222 + j0.0007	2.8082 - j0.0022	1.4183 + j0.0040
a_n^1	-0.7610 + 0.6458i	-0.0070 + 0.0068i	-0.7885 + 0.6682i	-0.0005 + 0.0031i	-0.1096 + 0.0906i
a_n^2	0.0002 + 0.0001i	-0.0045 + 0.0082i	-0.2275 - 0.2502i	0.0012 + 0.0160i	-0.9498 - 1.0434i

Modyfikacja układu równań (D.2.4) do postaci (D.2.5) w pewnym sensie podwyższa koszty numeryczne metody bowiem charakterystyki S_{11} oraz S_{21} muszą być obliczone dla większej liczby punktów częstotliwościowych. Wzrost złożoności obliczeniowej pojawia się jedynie w odniesieniu do zastosowania układ równań (D.2.4), natomiast w przypadku konstrukcji niezależnych modeli koszty są podobne. Pamiętać jednak należy, że uzyskanie wiarygodnych modeli, dla problemu opisanego układem równań (D.2.4), wymagało zwiększenia stopnia wielomianów funkcji aproksymującej. Stąd modyfikacja (D.2.5), w tym przypadku, nie jest przyczyną większego obciążenia obliczeniowego.

Kwadrat normy błędu aproksymacji charakterystyk S_{11} i S_{21} filtru przy wymuszeniu wspólnego mianownika i modyfikacji (D.2.5) wyniósł w przybliżeniu 10^{-4} .

Podobnie dobre rezultaty uzyskano, po uwzględnieniu opisanej modyfikacji, dla filtru o asymetrycznej charakterystyce transmisyjnej (rys. D.2.2). Wartości współczynników wielomianów licznika i mianownika obliczone w oparciu o zależność (D.2.4) umieszczono w tabeli D.2.6. Kwadrat normy błędu aproksymacji charakterystyk częstotliwościowych dla modeli 3-go rzędu wyniós
ł $6.1\cdot10^{-5}.$

Tabela D.2.6: Współczynniki wielomianów licznika (a_n^1) aproksymacji charakterystyki S_{11} , (a_n^2) aproksymacji charakterystyki S_{21} i mianownika (b_n) S_{11} i S_{21} dwurodzajowego filtru falowodowego (odpowiedź asymetryczna rys. D.2.2). Wartości wyznaczone w oparciu o zależność (D.2.4).

n	0	1	2	3
b_n	1.0000	-2.3057 + j0.3162	3.4001 - j1.0905	-1.9256 + j1.9136
a_n^1	-0.7289 + j0.6668	-0.2132 - j0.2415	-0.5382 + j0.4833	-0.1048 - j0.1295
a_n^2	0.0034 + j0.0043	0.0331 - j0.0493	-1.1602 - j1.0720	1.8274 - j2.0030

D.3 Metoda Cauchy'ego w przypadku aproksymacji odpowiedzi filtrów na płaszczyźnie Z

Aproksymacji charakterystyk filtrów w postaci funkcji wymiernych można dokonać również na płaszczyźnie Z. Zaleta tego podejścia, w stosunku do zagadnienia modelowania odpowiedzi częstotliwościowych filtrów na płaszczyźnie S, leży w braku konieczności transformacji odpowiedzi obwodów do prototypu dolnoprzepustowego. Pojawia się więc możliwość bezpośredniego modelowania charakterystyk rozproszenia filtrów pasmowoprzepustowych. Specyfiką konstruowania modeli na płaszczyźnie Z jest odmienna postać zmiennej $s_i, i = 1, \ldots, L$ w równaniach (D.1.1) i (D.1.2), mianowicie $s_i = z_i = e^{j\omega_i} = e^{j2\pi f_i}$ przy czym f_i jest częstotliwością znormalizowaną względem częstotliwości próbkowania $f_s > 2f_{max}$, gdzie f_{max} jest górną częstotliwością pasma analizy układu.

Ponieważ bieguny i zera funkcji przenoszenia filtrów pasmowo-przepustowych występują w parach zespolonych sprzężonych, stąd metoda aproksymacji odpowiedzi filtrów powinna być zmodyfikowana przez odbicie charakterystyk S_{11} oraz S_{21} na część ujemną osi częstotliwości. Stąd charakterystyki S_{11} , S_{21} są określone w punktach

$$[-f_L, -f_{L-1}, \ldots, f(1), \ldots, f_{L-1}, f_L]$$

a wartości ich tworzą zbiory odpowiednio

$$\left|S_{11}^{H}(f_{L}), S_{11}^{H}(f_{L-1}), \dots, S_{11}(f_{1}), \dots, S_{11}(f_{L-1}), S_{11}(f_{L})\right|$$

i analogicznie

$$\left[S_{21}^{H}(f_{L}), S_{21}^{H}(f_{L-1}), \dots, S_{21}(f_{1}), \dots, S_{21}(f_{L-1}), S_{21}(f_{L})\right]$$

Odbicie charakterystyk następuje a posteriori, na etapie wyznaczania wartości współczynników modeli. Ostatecznie macierz A ma wymiar $2L \times 2M$ natomiast B $2L \times 2N$.

W tabelach (D.3.1) i (D.3.2) umieszczono współczynniki rozwinięcia wielomianów licznika i mianownika funkcji wymiernych modelujących odpowiednio charakterystyki transmisyjną i obiciową dwurodzajowego, indukcyjnego filtru pasmowo-przepustowego o odpowiedzi symetrycznej.

Tabela D.3.1: Współczynniki wielomianów licznika (a_n) i mianownika (b_n) aproksymacji charakterystyki S_{21} dwurodzajowego filtru falowodowego na płaszczyźnie Z (odpowiedź symetryczna rys. D.3.1).

n	b_n	a_n
8	1.0000	0.0002
7	-0.4896	-0.0002
6	4.0611	0.0009
5	-1.4656	-0.0007
4	6.0929	0.0015
3	-1.4552	-0.0008
2	4.0034	0.0011
1	-0.4792	-0.0003
0	0.9718	0.0003

Tabela D.3.2: Współczynniki wielomianów licznika (a_n) i mianownika (b_n) aproksymacji charakterystyki S_{11} dwurodzajowego filtru falowodowego na płaszczyźnie Z (odpowiedź symetryczna rys. D.3.1).

n	b_n	n	a_n
8	1.0000	10	-0.2475
7	-0.4896	9	-0.5680
6	4.0612	8	-0.2058
5	-1.4657	7	-2.6841
4	6.0932	6	1.4053
3	-1.4553	5	-4.5890
2	4.0036	4	2.9007
1	-0.4793	3	-3.3922
0	0.9719	2	2.0049
		1	-0.9195
		0	0.4678

Modele utworzono niezależnie. W przypadku aproksymacji charakterystyki S_{21} przyjęto ósmy stopień zarówno licznika jak i mianownika. W rozważanym przypadku filtr jest rzędu czwartego, ale bieguny funkcji transmitancji dla obwodu pasmowo-przepustowego tworzą pary zespolone sprzężone, stąd analogicznie jak w przypadku modelowania układu na płaszczyźnie S, stopień wielomianów odpowiada topologii struktury. Aproksymacja charakterystyki S_{11} , w celu osiągnięcia odpowiedniej dokładności, wymagała zwiększenia stopnia licznika stąd też wielomian ma 11 współczynników rozwinięcia (10 stopień wielomianu). Rozbieżność stopnia licznika w stosunku do rzędu filtru nie powoduje komplikacji przy zastosowaniu metody do celów optymalizacji, bowiem zera charakterystyki transmisyjnej szerokiej klasy filtrów, które stanowią przedmiot badań są umiejscowione na okręgu jednostkowym. W konsekwencji łatwo jest odrzucić wartości pierwiastków licznika funkcji aproksymującej nie będących zerami transmisyjnymi.



Rys. D.3.1: Charakterystyki elementów macierzy rozproszenia dwurodzajowego indukcyjnego filtru falowodowego o odpowiedzi symetrycznej uzyskanie w oparciu o analizę pełnofalową (linia ciągła) oraz w drodze modelowanie odpowiedzi układu metodą Cauchy'ego na płaszczyźnie Z(linia przerywana).

Rys. D.3.2: Charakterystyki elementów macierzy rozproszenia dwurodzajowego indukcyjnego filtru falowodowego o odpowiedzi symetrycznej uzyskanie w oparciu o analizę pełnofalową (linia ciągła) oraz w drodze modelowanie odpowiedzi układu metodą Cauchy'ego na płaszczyźnie Z (linia przerywana).

Wartość kwadratu normy błędu aproksymacji charakterystyki S_{21} filtru, stanowiącego przedmiot analizy, wyniosła $1.3 \cdot 10^{-6}$, w przypadku natomiast charakterystyki S_{21} dokładność aproksymacji była bliska wartości $7.0 \cdot 10^{-5}$. Na wykresie D.3.1 przedstawiono zarówno charakterystyki stanowiące podstawę aproksymacji, jak i krzywe uzyskane w oparciu o modele. Ze względu na małą wartość normy błędu charakterystyki są nierozróżnialne. Na wspomnianym wykresie zaznaczono również punkty, w oparciu o które wyznaczono współczynniki funkcji wymiernych aproksymujących S_{11} i S_{21} .

Analogiczne obliczenia dokonano dla dwurodzajowego, indukcyjnego filtru o asymetrycznej charakterystyce transmisyjnej. Współczynniki rozwinięcia wielomianów licznika i mianownika funkcji wymiernej aproksymującej S_{21} umieszczono w tabeli D.3.3, natomiast odpowiednie wartości współczynników modelujące charakterystykę S_{11} w tabeli D.3.4.

Tabela D.3.3: Współczynniki wielomianów licznika (a_n) i mianownika (b_n) aproksymacji charakterystyki S_{21} dwurodzajowego filtru falowodowego na płaszczyźnie Z (odpowiedź asymetryczna rys. D.3.1).

n	b_n	a_n
6	1.0000	0.0019
5	-0.3621	-0.0015
4	3.0118	0.0067
3	-0.7183	-0.0034
2	2.9800	0.0072
1	-0.3546	-0.0018
0	0.9687	0.0024

Tabela D.3.4: Współczynniki wielomianów licznika (a_n) i mianownika (b_n) aproksymacji charakterystyki S_{11} dwurodzajowego filtru falowodowego na płaszczyźnie Z (odpowiedź asymetryczna rys. D.3.2).

n	b_n	n	a_n
6	1.0000	8	-0.2178
5	-0.3622	7	-0.6406
4	3.0120	6	0.0659
3	-0.7186	5	-2.2022
2	2.9803	4	1.2834
1	-0.3547	3	-2.4526
0	0.9688	2	1.4651
		1	-0.8897
		0	0.4668

Podobnie jak we wcześniejszych przykładach modele utworzono niezależnie. Stopień licznika i mianownika funkcji wymiernej przybliżającej charakterystykę S_{21} ustalono na 6, ze względu na rząd filtru. W przypadku modelowania charakterystyki S_{11} złożoności licznika funkcji aproksymującej musi być większa, w celu uzyskania dostatecznie dobrego przybliżenia odpowiedzi filtru (tabela D.3.4). Kwadrat normy błędu aproksymacji charakterystyki S_{11} określono na $2.2 \cdot 10^{-6}$, natomiast funkcji S_{21} na $1.1 \cdot 10^{-6}$. Na wykresie D.3.2 zilustrowano charakterystyki stanowiące podstawę konstrukcji modeli oraz krzywe uzyskanie w oparciu o wyznaczone modele matematyczne. Na osi częstotliwości zaznaczono punkty, w których obliczono wartości parametrów rozproszenia struktury wykorzystane do wyznaczenia współczynników wielomianów funkcji aproksymującej.

Analogicznie jak w przypadku modelowania odpowiedzi struktur filtrujących na płaszczyźnie S również na płaszczyźnie Z możliwe jest wyznaczenie współczynników wielomianów funkcji aproksymujących z wymuszeniem wspólnego mianownika. Wartości b_n oraz a_n^1 i a_n^2 , obliczone w oparciu o zależność (D.2.4) z uwzględnieniem specyfiki modelowania charakterystyk na płaszczyźnie Z dla układu o odpowiedzi symetrycznej oraz asymetrycznej, podano w tabelach odpowiednio D.3.5 oraz D.3.6. Stopnie wielomianów licznika modeli charakterystyk S_{11} są wyższe (dwa dodatkowe zera, zespolone sprzężone) niż wynika to z topologii struktur. Zwiększenie stopnia złożoności liczników nie ogranicza możliwości wykorzystania modeli w procesie optymalizacji struktur filtrujących i gwarantuje wysoką jakość aproksymacji odpowiedzi częstotliwościowych obwodów. Kwadrat normy błędów aproksymacji charakterystyk transmisyjnej oraz odbiciowej dla struktury o odpowiedzi symetrycznej wyniósł blisko 10^{-4} , natomiast dla układu z jednym zerem transmisyjnym 10^{-5} .

Tabela D.3.5: Współczynniki wielomianów liczników (a_n^1) i (a_n^2) oraz mianownika (b_n) aproksymacji charakterystyk S_{21} i S_{11} dwurodzajowego filtru falowodowego na płaszczyźnie Z (odpowiedź symetryczna, rys. D.3.1).

n	b_n	a_n^2	a_n^1	n
8	1.0000	0.0002	-0.2020	10
7	-0.4896	-0.0002	-0.5995	9
6	4.0611	0.0009	0.0325	8
5	-1.4657	-0.0007	-2.8121	7
4	6.0929	0.0016	1.8950	6
3	-1.4552	-0.0008	-4.7833	5
2	4.0034	0.0011	3.3951	4
1	-0.4792	-0.0003	-3.5225	3
0	0.9718	0.0003	2.2499	2
			-0.9520	1
			0.5155	0

Tabela D.3.6: Współczynniki wielomianów liczników (a_n^1) i (a_n^2) oraz mianownika (b_n) aproksymacji charakterystyk S_{11} i S_{21} dwurodzajowego filtru falowodowego na płaszczyźnie Z (odpowiedź asymetryczna, rys. D.3.2).

n	b_n	a_n^2	a_n^1	n
6	1.0000	0.0019	-0.0945	8
5	-0.3621	-0.0015	-0.7082	7
4	3.0117	0.0068	0.5778	6
3	-0.7184	-0.0034	-2.4080	5
2	2.9798	0.0073	2.0658	4
1	-0.3546	-0.0019	-2.6602	3
0	0.9686	0.0024	1.9874	2
			-0.9592	1
			0.5951	0

Zera i bieguny funkcji aproksymujących charakterystyki modelowanego układu uzyskuje się konstruując, w oparciu o współczynniki wielomianów, macierze stowarzyszone [46] oraz obliczając ich wartości własne.

Spis literatury

- R. Adve, T. Sarkar, M. Rao, E. Miller, and D. Pflug, "Application of the Cauchy method for extrapolating/interpolating narrow-band system responses," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 45, no. 5, May 1999, str. 837–845.
- [2] H. Akaike, "A new look at the statistical model identification," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-19, no. 6, Dec. 1974, str. 716–722.
- [3] H. Akaike, "Stochastic theory of minimal realization," *IEEE Transactions on Au*tomatic Control, vol. AC-19, no. 6, Dec. 1974, str. 667–674.
- [4] F. Alessandri, M. Dionigi, and R. Sorrentino, "A fullwave CAD tool for waveguide components using a high speed direct optimizer," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 43, no. 9, September 1995, str. 2046–2052.
- [5] F. Alimenti, P. Mezzanotte, L. Roselli, and R. Sorrentino, "Modal absorption in the FDTD method: A critical review," *International Journal of Numerical Modeling: Electronic Networks, Devices And Fields*, vol. 10, 1997, str. 245–264.
- [6] J. Alos and M. Buglielmi, "Simple and effective EM-based optimization precedure for microwave filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 45, no. 6, June 1997, str. 856–858.
- [7] S. Amari, "Synthesis of cross-coupled resonator filters using analytical gradientbased optimization technique," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 48, no. 9, Sep. 2000, str. 1559–1564.
- [8] S. Amari, "Direct synthesis of folded symmetric resonator filters with source-load coupling," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 11, no. 6, Jun. 2001, str. 264–266.
- [9] S. Amari and J. Bornemann, "Using frequency-dependent coupling to generate Finite attenuation poles in direct-coupled resonator bandpass filters," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 9, no. 10, Oct. 1999, str. 404–406.
- [10] S. Amari, J. Bornemann, W. Menzel, and F. Alessandri, "Diplexer design using presynthesized waveguide filters with strongly dispersive inverters," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 3. IEEE Press, 2001, str. 1627– 1640.

- [11] S. Amari, U. Rosenberg, and J. Bornemann, "Adaptive synthesis and design of resonator filters with source/load-mutiresonator coupling," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 50, no. 8, Aug. 2002, str. 1969–1978.
- [12] F. Arndt, R. Beyer, J. Reiter, T. Sieverding, and T. Wolf, "Automated design of waveguide components using hybrid mode-matching/numerical EM building-blocks in optimization-oriented CAD frameworks-state of the art and recent advances," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 45, no. 5, May 1997, str. 747–760.
- [13] F. Arndt, T. Duschak, U. Popziner, and R. Rolappe, "Asymmetric iris coupled cavity filters with stopband poles," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest.* IEEE Press, 1990, str. 215–218.
- [14] M. van Balricum and R. Mittra, "Problems and solutions associated with Prony's method for processing transient data," *IEEE Transactions on Antennas & Propa*gation, vol. 26, no. 1, Jan. 1978, str. 174–182.
- [15] J. Bandler, R. Biernacki, S. H. Chen, D. Swanson Jr., and S. Ye, "Microstrip filter design using direct EM field simulation," *IEEE Transactions on Microwave Theory* & *Techniques*, vol. 42, no. 7, July 1994, str. 1353–1359.
- [16] J. Beggs, R. Luebbers, K. Yee, and K. Kunz, "Finite-Difference Time-Domain implementation of surface impedance boundary conditions," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 40, no. 1, Jan. 1992, str. 49–56.
- [17] J.-P. Berenger, "Perfectly matched layer for the FDTD solution of wave-structure interaction problems," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 44, no. 1, Jan. 1996, str. 110–117.
- [18] J.-P. Berenger, "An effective PML for the absorption of evanescent waves in waveguides," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 8, no. 5, 1998 1998, str. 188–190.
- [19] Z. Bi, Y. Shen, H. Wu, and J. Litva, "Fast Finite-Difference Time-Domain analysis of resonators using digital filtering and spectrum estimation techniques," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 40, no. 8, Aug. 1992, str. 1611–1619.
- [20] H. Blondeaux, S. Bila, D. Baillargeat, S. Verdeyme, P. Guillon, A. Carlier, and E. Rogeaux, "Computer-aided design of 3D microwave filter using quasi-planar high Q_u dielectric resonator," *International Journal of RF & Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 10, no. 6, November 2000, str. 333–340.
- [21] R. Cameron, "General coupling matrix synthesis methods for Chebyshev filtering functions," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 47, no. 4, Apr. 1999, str. 433–442.

- [22] M. Celuch-Marcysiak and W. Gwarek, "New TLM algorithms with controlled stability margin and their application to improve the modeling of curved boundaries," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 1. IEEE Press, 1994, str. 357–360.
- [23] M. Celuch-Marcysiak and W. Gwarek, "Generalized TLM algorithms with controlled stability margin and their equivalence with Finite-Difference formulations for modified grids," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 43, no. 9, Sep. 1995, str. 2081–2089.
- [24] M. Celuch-Marcysiak and W. Gwarek, "A novel variable source impedance technique for emulating unperturbed eigenmodes in the FD-TD method," in *Third International Conference on Computation in Electromagnetics*, 1996, str. 277–282.
- [25] M. Celuch-Marcysiak and W. Gwarek, "Multilevel improvements to conformal FDTD for S-parameter extraction within irregularly shaped transmission lines," in 27th European Microwave Conference and Exhibition, vol. 2, 1997, str. 1246–1251.
- [26] M. Celuch-Marcysiak, A. Kozak, and W. Gwarek, "A universal method of accurate S-parameter extraction from FD-TD simulations applicable to oblique ports," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 2. IEEE Press, 1996, str. 593–596.
- [27] M. Celuch-Marcysiak, M. Sypniewski, and W. Gwarek, "Space-selective extraction of Q-factors from FDTD simulations," in 31st European Microwave Conference Proceedings, vol. 1, London, UK, 2001, str. 449–452.
- [28] W. Chan and B. Chabers, "Measurement of nonplanar dielectric samples using an open resonator," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 35, no. 10, December 1987, str. 1429–1434.
- [29] J. Chen, C. Wu, T. Lo, K.-L. Wu, and J.Litva, "Using linear and nonlinear predictors to improve the computational efficiency of the FD-TD algorithms," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 42, no. 10, Oct. 1994, str. 1992–1997.
- [30] Y. Chen, R. Mittra, and P. Harms, "Finite-difference time-domain algorithm for solving Maxwell's equations in rotationally symmetric geometries," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 44, no. 6, Jun. 1996, str. 832–839.
- [31] Z. Chen, M. Ney, and W. Hoefer, "A new finite-difference time-domain formulation and its equivalence with the TLM symmetrical condensed node," *IEEE Transactions* on Microwave Theory & Techniques, vol. 39, no. 12, Jul. 1991, str. 2160–2169.
- [32] D. Choi and W. Hoefer, "The Finite-Difference Time-Domain method and its application to eigenvalue problems," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 32, no. 12, Dec. 1986, str. 1464–1470.
- [33] D. Choi and W. Hoefer, "A time domain finite difference method and its application," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 1. IEEE Press, 1986, str. 793–796.

- [34] V. Chtchekatourov, F. Coccetti, and P. Russer, "Full-wave analysis and model-based parameter estimation approaches for Y-matrix computation of microwave distributed RF circuits," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 2, 2001, str. 1037–1040.
- [35] F. Coccetti, V. Chtchekatourov, and P. Russer, "Time-domain analysis of RF structures by means of TLM and system identification methods," in 31st European Microwave Conference Proceedings, vol. 1, London, UK, 2001, str. 441–444.
- [36] G. Conciauro, M. Guglielmi, and R. Sorrentino, Advanced Modal Analysis. John Wiley & Sons, Ltd., 1999.
- [37] I. Craddock and C. Railton, "Analysis of curved and angled surfaces on a cartesian mesh using a novel Finite-Difference Time-Domain algorithm," *IEEE Transactions* on Microwave Theory & Techniques, vol. 43, no. 10, Oct. 1995, str. 2460–2465.
- [38] I. Craddock and C. Railton, "A new technique for the stable incorporation of static field solutions in the FDTD method for the analysis of thin wires and narrow strips," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 46, no. 8, Aug. 1998, str. 1091–1096.
- [39] J. Curtis and S. Fiedziuszko, "Miniature dual mode microstrip filters," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 2, 1991, str. 443–446.
- [40] A. Ćwikła, J. Mielewski, M. Mrozowski, and J. Wosik, "Accurate full wave analysis of open hemispherical resonators loaded with dielectric layers," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 1999, str. 1265–1268.
- [41] S. Dey and R. Mittra, "Efficient computation of resonant frequencies and quality factors of cavities via a combination of the Finite-Difference Time-Domain technique and the Pade approximation," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 8, no. 12, Dec. 1998, str. 415–417.
- [42] C. Eswarappa and W. Hoefer, "Autoregressive (AR) and autoregressive moving average (ARMA) spectral estimation techniques for faster TLM analysis of microwave structures," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 42, no. 12, Dec. 1994, str. 2407–2411.
- [43] P. Eswarappa, P. So, and W. Hoefer, "New procedures for 2-D and 3-D microwave circuit analysis with the TLM method," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 2. IEEE Press, 1990, str. 661–664.
- [44] S. Fiedziuszko, I. Hunter, T. Itoh, Y. Kobayashi, N. T., S. Stitzer, and K. Wakino, "Dielectric materials, devices, and circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 50, no. 3, Mar. 2002, str. 706–720.
- [45] A. Garcia-Lamperez, T. Sarkar, and S.-P. M., "Filter model generation from scattering parameters using the Cauchy method," 32th European Microwave Conference and Exhibition, vol. 1, 1989, str. 413–416.

- [46] G. Golub and C. VanLoan, *Matrix Computations*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1989.
- [47] A. Grace, Matlab Optimization Toolbox User's Guide. MathWorks, Inc., 1992.
- [48] M. Guglielmi, P. Jarry, E. Kerherve, O. Roquebrun, and D. Schmitt, "Direct EM design of a new class of dual-mode filters," in *IEEE MTT-S International Microwave* Symposium, State-of-the-art filter design using EM and circuit simulation techniques, Workshop Notes. IEEE Press, 2001.
- [49] M. Guglielmi, P. Jarry, E. Kerherve, O. Roquebrun, and D. Schmitt, "A new family of all-inductive dual-mode filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 49, no. 10, Oct. 2001, str. 1764–1769.
- [50] W. Guo, W. Li, and Y. Huang, "Computation of resonant frequencies and quality factors of cavities by FDTD technique and Pade approximation," *IEEE Microwave* & Wireless Components Letters, vol. 11, no. 5, May 2001, str. 223–225.
- [51] W. Gwarek, "Analysis of an arbitrarily-shaped planar circuit-a time-domain approach," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 33, no. 10, Oct. 1985, str. 1067–1072.
- [52] W. Gwarek, "Analysis of arbitrarily shaped two-dimensional microwave circuits by Finite-Difference Time-Domain method," *IEEE Transactions on Microwave Theory* & *Techniques*, vol. 36, no. 4, Apr. 1988, str. 738–744.
- [53] W. Gwarek and M. Celuch-Marcysiak, "A differential method of reflection coefficient extraction from FDTD simulations," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 6, no. 5, May 1996, str. 215–217.
- [54] W. Gwarek and M. Celuch-Marcysiak, "A generalized approach to wide-band Sparameter extraction from FD-TD simulations applicable to evanescent modes in inhomogeneous guides," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Di*gest, vol. 2. IEEE Press, 2001, str. 885–888.
- [55] W. Gwarek, M. Celuch-Marcysiak, P. Miazga, M. Sypniewski, and A. Więckowski, "Automatic design using FD-TD simulator in an optimization loop," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, Workshop Notes*. IEEE Press, 2000, str. 215–218.
- [56] W. Gwarek, T. Morawski, and C. Mroczkowski, "Application of the FD-TD method to the analysis of circuits described by the two-dimensional vector wave equation," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 41, no. 2, Feb. 1993, str. 311–317.
- [57] R. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1993.
- [58] R. Haupt, "Introduction to genetic algorithms for electromagnetics," IEEE Antennas & Propagation Magazine, vol. 37, no. 2, April 1995, str. 7–15.
- [59] Z. Hejazi, P. Excell, and Z. Jiang, "Compact dual-mode filters for hts satellite communication systems," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 8, no. 8, Aug. 1998, str. 275–277.
- [60] B. Houshmand, T. Huang, and T. Itoh, "Microwave structure characterization by a combination of FDTD and system identification methods," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 3, no. 8, Aug. 1993, str. 262–264.
- [61] Y. Hua and T. Sarkar, "Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 37, no. 2, Feb. 1989, str. 229–233.
- [62] Y. Hua and T. Sarkar, "Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinumsoids in noise," *IEEE Transactions on Acoustics* Speech & Signal Processing, vol. 38, no. 5, May 1990, str. 815–824.
- [63] T. Huang, B. Houshmand, and T. Itoh, "Fast sequential FDTD diakoptics method using the system identification technique," *IEEE Microwave & Guided Wave Let*ters, vol. 3, no. 10, Oct. 1993, str. 378–380.
- [64] I. Hunter, *Theory and Design of Microwave Filters*. London: The Institution of Electrical Engineers, 2001.
- [65] I. Hunter, L. Billonet, B. Jarry, and P. Guillon, "Microwave filters-applications and technology," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 50, no. 3, Mar. 2002, str. 794–805.
- [66] Y. Iida, "Method for computing the resonator Q and effect of grid arrangement and coarseness on the external Q in the FDTD method," *IEICE Transactions on Electronics*, vol. E81-C, no. 12, Dec. 1998, str. 1852–1860.
- [67] M. Jacob, J. Mazierska, K. Leong, and J. Krupka, "Simplified method for measurements and calculations of coupling coefficients and Q₀ factor for high-temperature superconducting dielectric resonators," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 49, no. 12, Dec. 2001, str. 2401–2407.
- [68] M. Jacob, J. Mazierska, K. Leong, and J. Krupka, "Microwave properties of low-loss polymers at cryogenic temperatures," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 50, no. 2, Feb. 2002, str. 474–480.
- [69] V. Jandhyala, E. Michielssen, and R. Mittra, "FDTD signal extrapolation using the forward-backward autoregressive (AR) model," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 4, no. 6, Jun. 1994, str. 163–165.
- [70] T. Jurgens, A. Taflove, K. Umashankar, and T. Moore, "Finite-Difference Time-Domain modeling of curved surfaces," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 40, no. 4, Nov. 1992, str. 357–365.
- [71] D. Kajfez, "Incremental frequency rule for computing the Q-factor of a shielded TE_{omp} dielectric resonator," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniqu*es, vol. 32, no. 8, Aug. 1984, str. 941–943.

- [72] M. Kitamura, J. Takada, and K. Araki, "A model order estimation in the matrix pencil method for the transient response of a microwave circuit discontinuity," *IE-ICE Transaction. Electron.*, vol. E82-C, no. 11, Nov. 1999, str. 2081–2086.
- [73] W. Ko and R. R.Mittra, "A combination of FD-TD and Prony's method for analyzing microwave integrated circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 39, no. 12, Dec. 1991, str. 2176–2181.
- [74] Y. Kobayashi, T. Aoki, and Y. Kabe, "Influence of conductor shields on the q-factors of te_0 dielectric resonator," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 33, no. 12, Dec. 1985, str. 1361–1366.
- [75] Y. Kobayashi and T. Senju, "Resonant modes in shielded uniaxial-anisotropic dielectric rod resonators," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 41, no. 12, Dec. 1993, str. 2198–2205.
- [76] A. Kozak, "Optymalizacja pasywnych struktur mikrofalowych o dowolnych kształtach z wykorzystaniem trójwymiarowego modelowania elektromagnetycznego," Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 1999.
- [77] A. Kozak and W. Gwarek, "Unrestricted arbitrary shape optimization based on 3D electromagnetic simulation passive microwave structures," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*. IEEE Press, 1998, str. 17–20.
- [78] P. Kozakowski and M. Mrozowski, "Low order autoregressive (AR) models for FDTD analysis of microwave filters," in 13th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications, vol. 1, 2000, str. 267–270.
- [79] P. Kozakowski and M. Mrozowski, "Automated CAD of coupled resonator filters," *IEEE Microwave & Wireless Components Letters*, vol. 12, no. 12, Dec. 2002, str. 470–472.
- [80] P. Kozakowski and M. Mrozowski, "Gradient-based optimization of filters using FD-TD software," *IEEE Microwave & Wireless Components Letters*, vol. 12, no. 10, October 2002, str. 389–391.
- [81] P. Kozakowski and M. Mrozowski, "Guidelines for creating models of high and moderate Q-factor circuits," in 18th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics, Monterey CA, USA, 2002, str. 133–138.
- [82] P. Kozakowski and M. Mrozowski, "Low order models from FD-TD time samples," *IEEE Microwave & Wireless Components Letters*, vol. 12, no. 11, November 2002, str. 438–440.
- [83] P. Kozakowski and M. Mrozowski, "New approach to fast full wave optimization of microwave filters," in 32th European Microwave Conference 2002, Milan, 2002.
- [84] P. Kozakowski, M. Mrozowski, and W. Zieniutycz, "Synthesis of nonuniformly spaced arrays using genetic algorithm," in 12th International Conference on Microwaves and Radar and Wireless Communications, MIKON-1998, vol. 2, 1998, str. 340–344.

- [85] A. Kręczkowski and M. Mrozowski, "Multimode analysis of waveguide discontinuities using the concept of generalised scattering matrix and power waves," in 13th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications, MIKON-2000., vol. 2, 2000, str. 569–572.
- [86] J. Krupka, "Measurements of all complex permeability tensor components and the effective line widths of microwave ferrites using dielectric ring resonators," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 39, no. 7, Jul. 1991, str. 1148– 1157.
- [87] J. Krupka, D. Cros, M. Aubourg, and P. Guillon, "Study of whispering gallery modes in anisotropic single-crystal dielectric resonators," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 42, no. 7, Jan. 1994, str. 56–61.
- [88] J. Krupka, R. Geyer, J. Baker-Jarvis, and J. Ceremuga, "Measurements of the complex permittivity of microwave circuit board substrates using split dielectric resonator and reentrant cavity techniques," in *Seventh International Conference on Dielectric Materials Measurements & Applications*, 1996, str. 21–24.
- [89] J. Krupka, R. Geyer, M. Kuhn, and J. Hinken, "Dielectric properties of single crystals of Al₂O₃, LaAlO₃, NdGaO₃, SrTiO₃, and MgO at cryogenic temperatures," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 42, no. 10, Oct. 1994, str. 1886–1890.
- [90] J. Krupka and J. Mazierska, "Single crystal dielectric resonators for low temperature electronics applications." [Online]. Dostępne: http://www.eng.jcu.edu.au/~ eejm/ieee100.pdf
- [91] W. Kumpel and I. Wolff, "System identification method for transient analysis of (M)MIC-components using time iterative methods," in 22-nd European Microwave Conference, Helsinki, 1992, str. 231–235.
- [92] W. Kumpel and I. Wolff, "Digital signal processing of time domain field simulation results using the system identification method," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 42, no. 4, Apr. 1994, str. 667–671.
- [93] K. Kunz and R. Luebbers, The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics. 2000 Corporate Blvd., N.W.,Boca Raton, Florida: CRC Press, Inc., 1993.
- [94] A. Lamęcki, P. Kozakowski, and M. Mrozowski, "Efficient implementation of the cauchy method for automated CAD-model construction," *IEEE Microwave & Wireless Components Letters*, 2003, przyjęte do publikacji.
- [95] M. Lancaster, F. Huang, A. Porch, B. Avenhaus, J.-S. Hong, and D. Hung, "Miniature superconducting filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 44, no. 7, July 1996, str. 1339–1346.
- [96] J. Litva, C. Wu, K. Wu, and J. Chen, "Some considerations for using the Finite-Difference Time-Domain technique to analyze microwave integrated circuits," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 3, no. 12, Dec. 1993, str. 438–440.

- [97] R. Lotz and F. Arndt, "FD-FD GSM technique for the CAD and optimization of combline filters," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*. IEEE Press, 2001, str. 1253–1256.
- [98] A. Mackay and A. McCowen, "An improved pencil-of-functions method and comparisons with traditional methods of pole extraction," *IEEE Transactions on Antennas* & Propagation, vol. AP-35, no. 4, Apr. 1987, str. 435–441.
- [99] V. Madrangeas, M. Aubourg, P. Guillon, S. Vigneron, and B. Theron, "Analysis and realization of l-band dielectric resonator microwave filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 40, no. 1, Jan. 1992, str. 120–127.
- [100] S. Maj and J. Modelski, "Application of a dielectric resonator on microstrip line for a measurement of complex permittivity," in *IEEE MTT-S International Microwave* Symposium Digest, 1984, str. 525–527.
- [101] J. Maloney and G. Smith, "The use of surface impedance concepts in the Finite-Difference Time-Domain method," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 40, no. 1, Jan. 1992, str. 38–48.
- [102] S. Marple, *Digital Spectral Analysis*. Engelwood Cliffs: Prentice Hall, Inc., 1987.
- [103] P. Miazga and W. Gwarek, "Improved design of passive coaxial components using electromagnetic 2-D solver in an optimization loop," *IEEE Transactions on Micro*wave Theory & Techniques, vol. 45, no. 5, May 1997, str. 858–861.
- [104] Z. Min and T. Weiland, "Automated optimization of a waveguide-microstrip transition using an EM optimization driver," *IEEE Transactions on Microwave Theory* & *Techniques*, vol. 45, no. 5, May 1997, str. 861–864.
- [105] M. Mrozowski, "Criteria for building Prony models for time domain CAD," in IEEE AP-S International Microwave Symposium Digest, 1998, str. 2306–2309.
- [106] M. Mrozowski, M. Niedzwiecki, and P. Suchomski, "A fast recursive highly dispersive absorbing boundary condition using time domain diakoptics and Laguerre polynomials," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 5, no. 6, Dec. 1995, str. 183–185.
- [107] M. Mrozowski, M. Niedzwiecki, and P. Suchomski, "Improved wideband highly dispersive absorbing boundary condition," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 12, Jun. 1996, str. 1109–1111.
- [108] E. Navarro and J. Bordallo, T. Navasquillo-Miralles, "FDTD characterization of evanescent modes-multimode analysis of waveguide discontinuities," *IEEE Trans*actions on Microwave Theory & Techniques, vol. 48, no. 4, Apr. 2000, str. 606–610.
- [109] A. Oppenheim and R. Schafer, Discrete-Time Signal Processing. Upper Saddle River: Prentice Hall, Inc., 1999.

- [110] J. Pereda, L. Vielva, A. Vegas, and A. Prieto, "Computation of resonant frequencies and quality factors of open dielectric resonators by a combination of the Finite-Difference Time-Domain (FD-TD) and Prony's methods," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 2, no. 11, Nov. 1992, str. 431–433.
- [111] J. Proakis and D. Manolakis, Digital Spectral Analysis: Principles, Algorithms and Applications. Upper Saddle River: Prentice Hall, Inc., 1996.
- [112] P. Przybyszewski, "Fast finite difference numerical techniques for the time and frequency domain solution of electromagnetic problems," Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk, 2000.
- [113] QuickWave-3D. [Online]. Dostępne: http://www.qwed.com.pl
- [114] Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, Electromagnetic Optimization By Genetic Algorithms. John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [115] C. Railton and B. Schneider, "An analytical and numerical analysis of several locally conformal FDTD schemes," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniqu*es, vol. 47, no. 1, Jan. 1999, str. 56–66.
- [116] J. Reiter and F. Arndt, "Rigorous analysis of arbitrarily shaped H- and E-plane discontinuities in rectangular waveguide by a full-wave boundary contour modematching method," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 34, no. 4, April 1995, str. 796–801.
- [117] M. Rewieński, "High performance algorithms for large scale electromagnetic modeling," Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk, 1999.
- [118] M. Rewieński and M. Mrozowski, "An iterative algorithm for reducing dispersion error on Yee's mesh in cylindrical coordinates," *IEEE Microwave & Guided Wave Letters*, vol. 10, no. 9, Sept. 2000, str. 353–355.
- [119] J. Ritter and F. Arndt, "Efficient FDTD/matrix pencil method for full-wave scattering parameter analysis of waveguideing structures," *IEEE Transactions on Mi*crowave Theory & Techniques, vol. 44, no. 12, Dec. 1996, str. 2450–2456.
- [120] J. Ritter, V. Brankovic, D. Krupezevic, and F. Arndt, "A wide-band S-parameter extraction procedure for arbitrarily shaped, inhomogeneous structures using time domain numerical techniques," in *IEEE MTT-S International Microwave Sympo*sium Digest, vol. 1. IEEE Press, 1995, str. 273–276.
- [121] J. Roden and S. Gedney, "The efficient implementation of the surface impedance boundary condition in general curvilinear coordinates," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 47, no. 10, Oct. 1999, str. 1954–1963.
- [122] U. Rosenberg and S. Amari, "Novel design possibilities for dual-mode filters without intracavity couplings," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 12, no. 8, Aug. 2002, str. 296–298.

- [123] T. Sarkar and O. Pereira, "Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials," *IEEE Antennas Propagation Magazine*, vol. 37, no. 2, Feb. 1995, str. 48–55.
- [124] A. Shaw and K. Naishadham, "Efficient ARMA modeling of FDTD time sequences for microwave resonant structures," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 1, 1997, str. 341–344.
- [125] A. Shaw and K. Naishadham, "ARMA-based time-signature estimator for analyzing resonant structures by the FD-TD method," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 49, no. 3, Mar. 2001, str. 327–329.
- [126] T. Shen, K. Zaki, and C. Wang, "Tunable dielectric resonators with dielectric tuning disks," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 48, no. 12, Dec. 2000, str. 2439–2445.
- [127] T. Shibata and T. Itoh, "Generalized-scattering-matrix modeling of waveguide circuits using FDTD field simulations," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 46, no. 11, Nov. 1996, str. 1742–1751.
- [128] F. Shimabukuro, S. Lazar, M. Chernick, and H. Dyson, "A quasi-optical method for measuring the complex permittivity of materials," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 32, no. 7, Jul. 1984, str. 659–665.
- [129] P. So and W. Hoefer, "3-D TLM time domain electromagnetic wave simulator for microwave circuit modeling," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 2. IEEE Press, 1991, str. 631–634.
- [130] C.-C. Su and J.-M. Guan, "Finite-difference analysis of dielectric-loaded cavities using the simultaneous iteration of the power method with the chebyshev acceleration technique," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 42, no. 10, Oct. 1994, str. 1998–2006.
- [131] A. Taflove, Computational Electrodynamics, The Finite-Difference Time-Domain Method. 685 Canton Street, Nrwood, Ma 02062: Artech House, Inc., 1995.
- [132] S. Tao, K. Zaki, and A. Atia, "Full-wave design of canonical waveguide filters by optimization," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*. IEEE Press, 2001, str. 1487–1490.
- [133] F. Teixeira and W. Chew, "PML-FDTD in cylindrical and spherical grids," IEEE Microwave & Guided Wave Letters, vol. 7, no. 9, Sep. 1997, str. 285 –287.
- [134] M. Tobar, J. Hartnett, E. Ivanov, D. Cros, P. Blondy, and P. Guillon, "Cryogenically cooled sapphire-rutile dielectric resonators for ultrahigh frequency stable oscillators for terrestrial and space applications," *IEEE Transactions on Microwave Theory & Technique*, vol. 48, no. 7, Jul. 2000, str. 1265–1269.
- [135] S. Verdeyme, P. Auxemery, M. Aubourg, and P. Guillon, "Three dimensional finite element method applied to dielectric resonator devices," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 3, 1989, str. 1151–1154.

- [136] C. Wang, B. Gao, and C. Deng, "Q-factor of a resonator by a Finite-Difference Time-Domain method incorporating perturbation techniques," *Electronics Letters*, vol. 29, no. 21, 1993, str. 1866–1867.
- [137] C. Wang, B. Gao, and C. Deng, "Accurate study of Q-factor of resonator by a Finite-Difference Time-Domain method," *IEEE Transactions on Microwave Theory* & *Techniques*, vol. 43, no. 7, Jul. 1995, str. 1524–1529.
- [138] M. Wax and T. Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech & Signal Processing*, vol. ASSP-37, no. 2, Apr. 1985, str. 387–392.
- [139] M. Wax and I. Ziskind, "Detection of the number of coherent signals by the MDL principle," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech & Signal Processing*, vol. 37, no. 8, Aug. 1989, str. 1190–1196.
- [140] D. Weil and E. Michielssen, "Genetic algorithm optimization applied to electromagnetics: A review," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 45, no. 3, March 1997, str. 343–353.
- [141] L. Wu and L. Han, "Implementation and application of resistive sheet boundary condition in the Finite-Difference Time-Domain method," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 40, no. 6, Jun. 1992, str. 628–633.
- [142] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 14, no. 5, May 1966, str. 302–307.
- [143] K. Yee, K. Shlager, and A. Chang, "An algorithm to implement a surface impedance boundary condition for FDTD," *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 40, no. 7, Jul. 1992, str. 833–837.

Prawo rozpowszechniania

Niniejszym wyrażam zgodę na wykorzystanie wyników mojej pracy, w tym tabel i rysunków, w pracach badawczych i publikacjach przygotowywanych przez pracowników Politechniki Gdańskiej lub pod ich kierownictwem. Wykorzystanie wyników wymaga wskazania niniejszej rozprawy doktorskiej jako źródła.