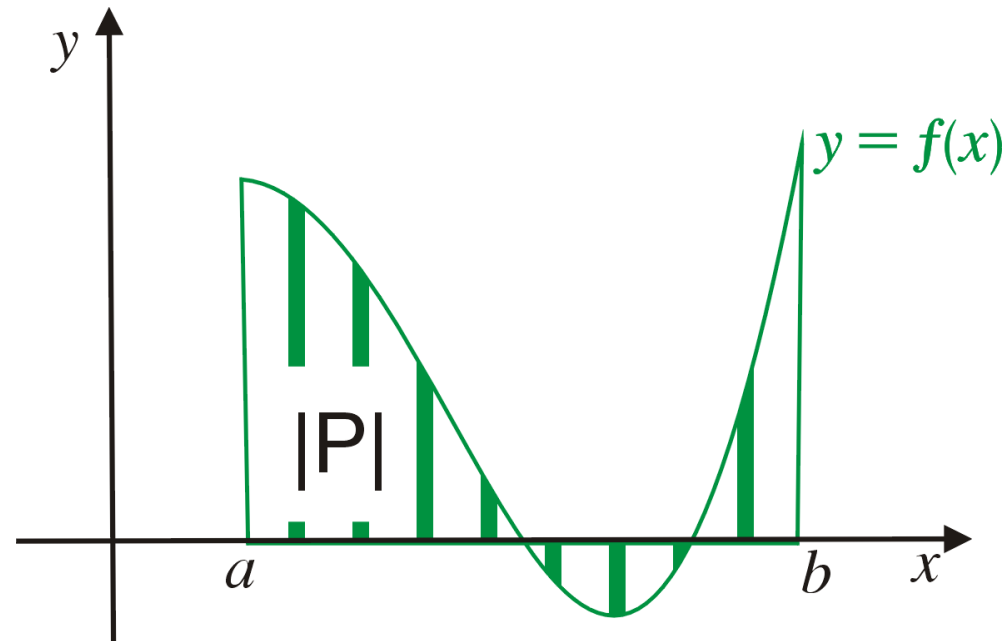


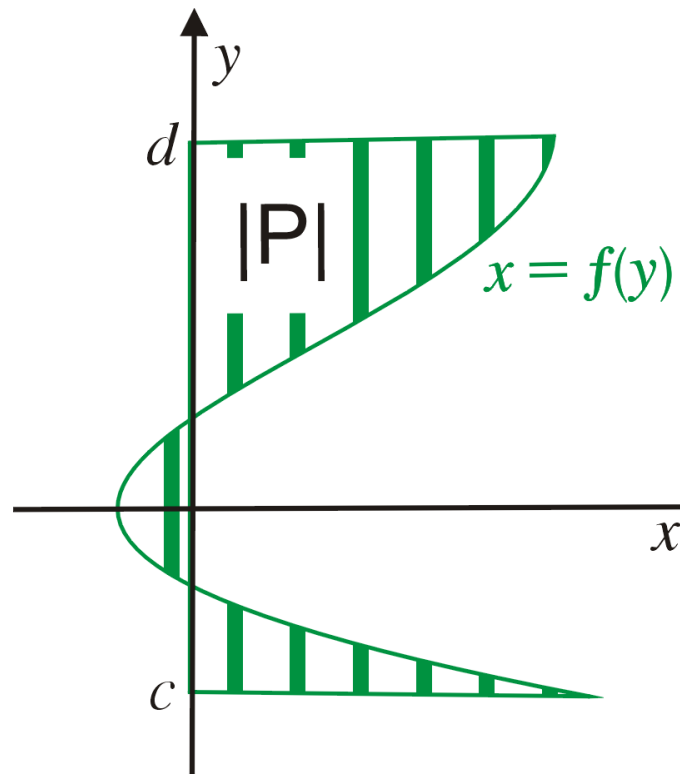
ZASTOSOWANIA GEOMETRYCZNE CAŁKI OZNACZONEJ

(A) Pole obszaru płaskiego



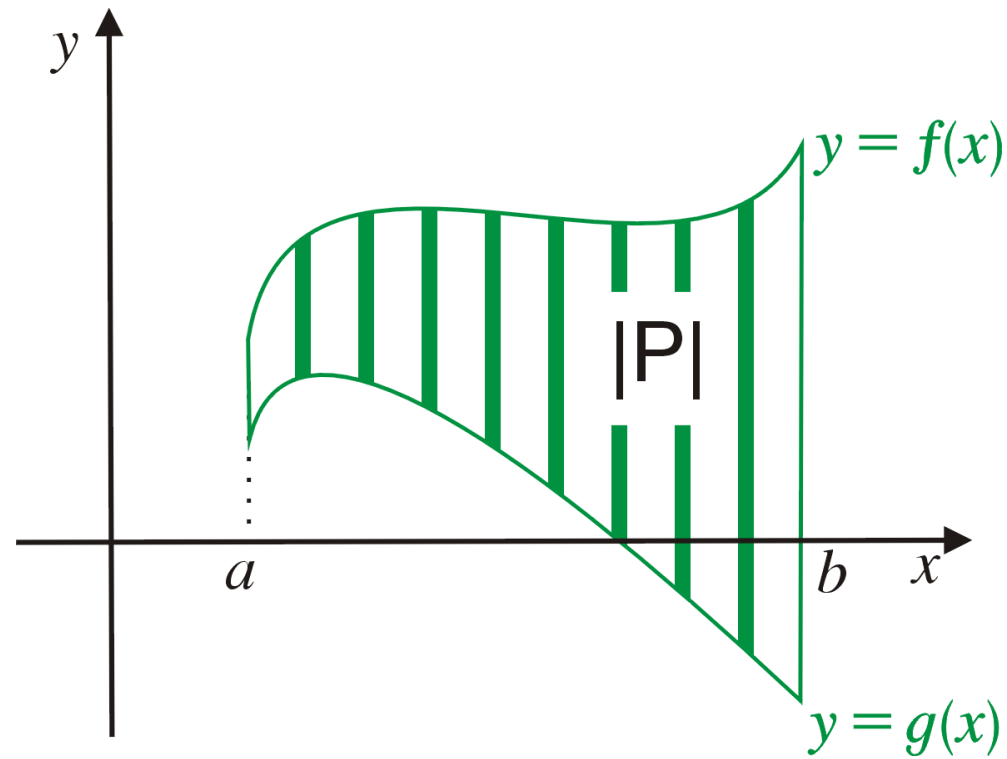
$$|P| = \int_a^b |f(x)| \, dx$$

Założenie: funkcja $f(x)$ jest ciągła dla $x \in [a, b]$.



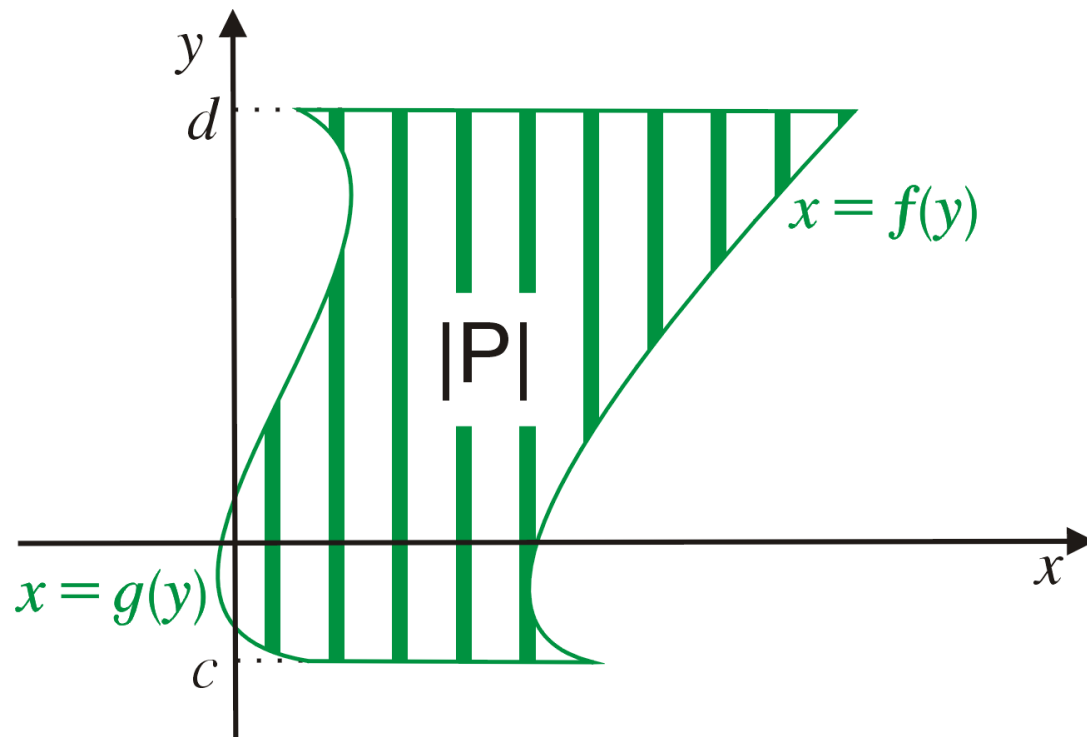
$$|P| = \int_c^d |f(y)| dy$$

Założenie: funkcja $f(y)$ jest ciągła dla $y \in [c, d]$.



$$|P| = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

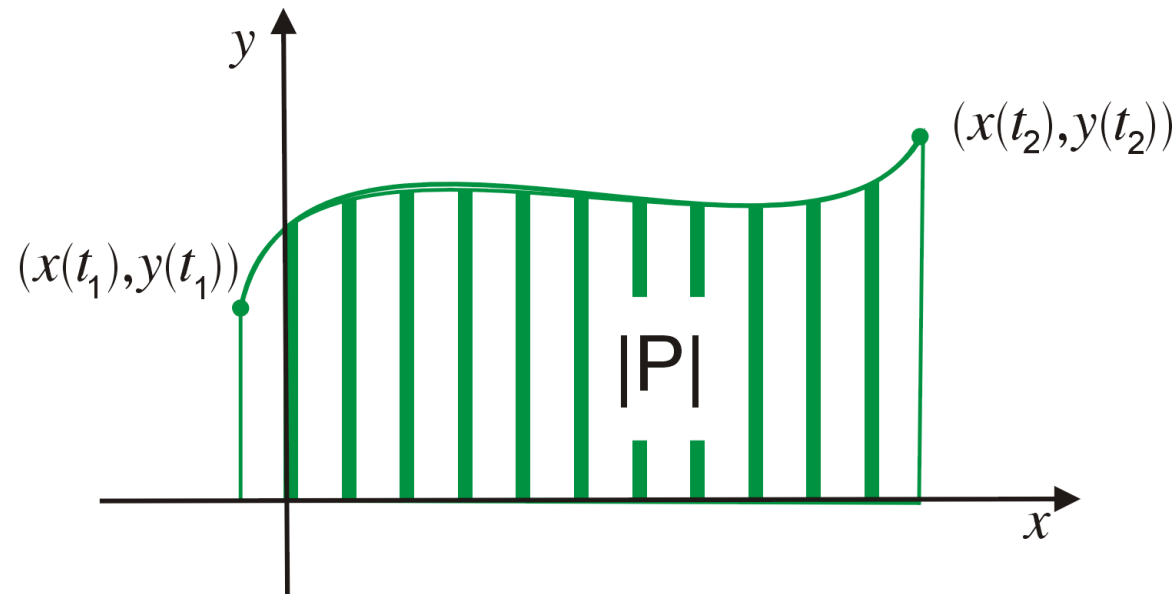
Założenie: funkcje $f(x)$ i $g(x)$ są ciągłe dla $x \in [a, b]$ oraz dla każdego $x \in [a, b]$ $f(x) \geq g(x)$.



$$|P| = \int_c^d (f(y) - g(y)) dy$$

Założenie: funkcje $f(y)$ i $g(y)$ są ciągłe dla $y \in [c, d]$ oraz dla każdego $y \in [c, d]$ $f(y) \geq g(y)$.

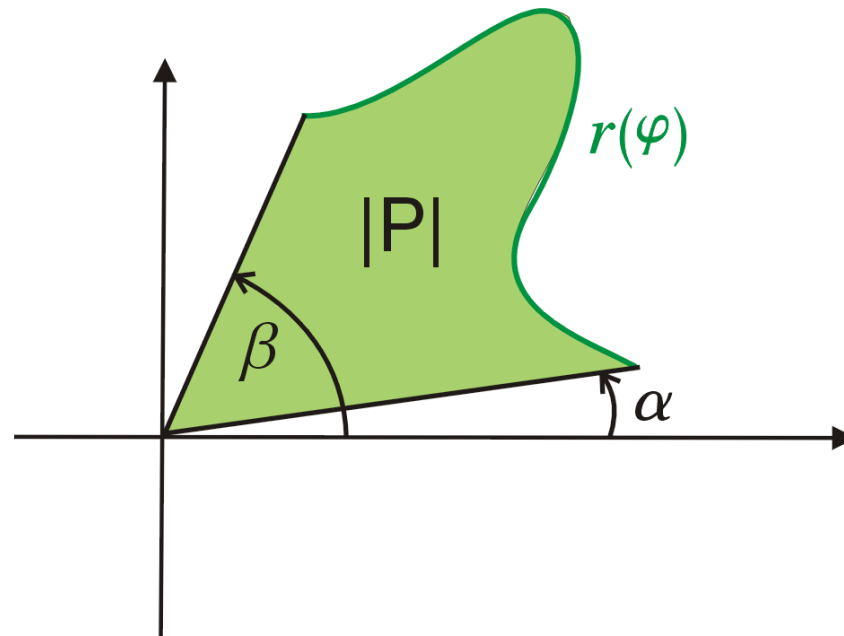
(C) Pole obszaru płaskiego pod krzywą zadaną parametrycznie



$$|P| = \int_{t_1}^{t_2} |y(t) \cdot x'(t)| dt$$

Założenie: funkcje $x(t)$, $x'(t)$ i $y(t)$ są ciągłe dla $t \in [t_1, t_2]$ oraz $x'(t)$ i $y(t)$ mają stały znak.

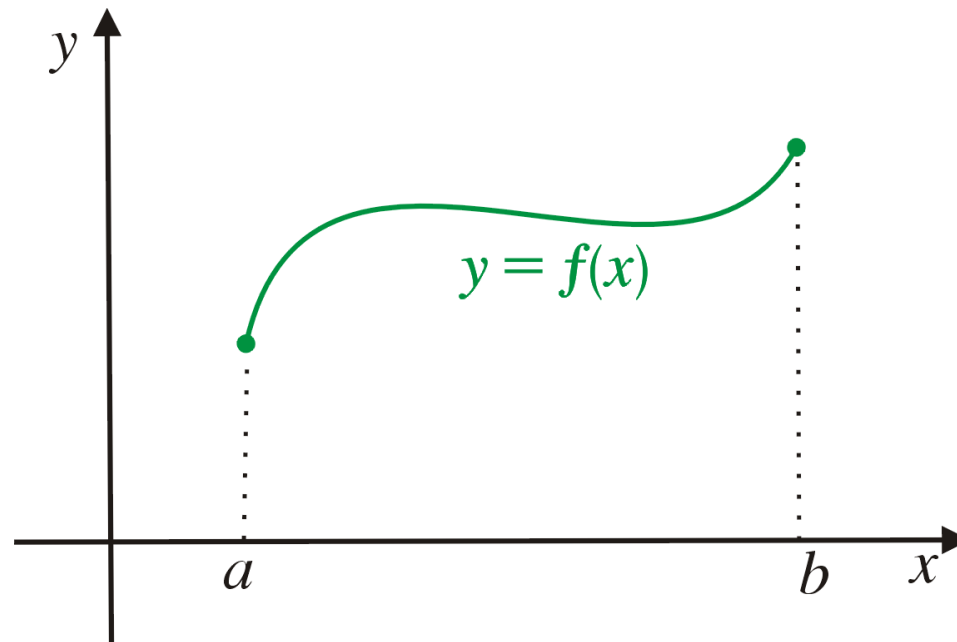
(E) Pole obszaru płaskiego pod krzywą zadaną we współrzędnych biegunowych



$$|P| = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} r^2(\varphi) d\varphi$$

Założenie: funkcja $r(\varphi)$ jest ciągła i nieujemna dla $\varphi \in [\alpha, \beta]$.

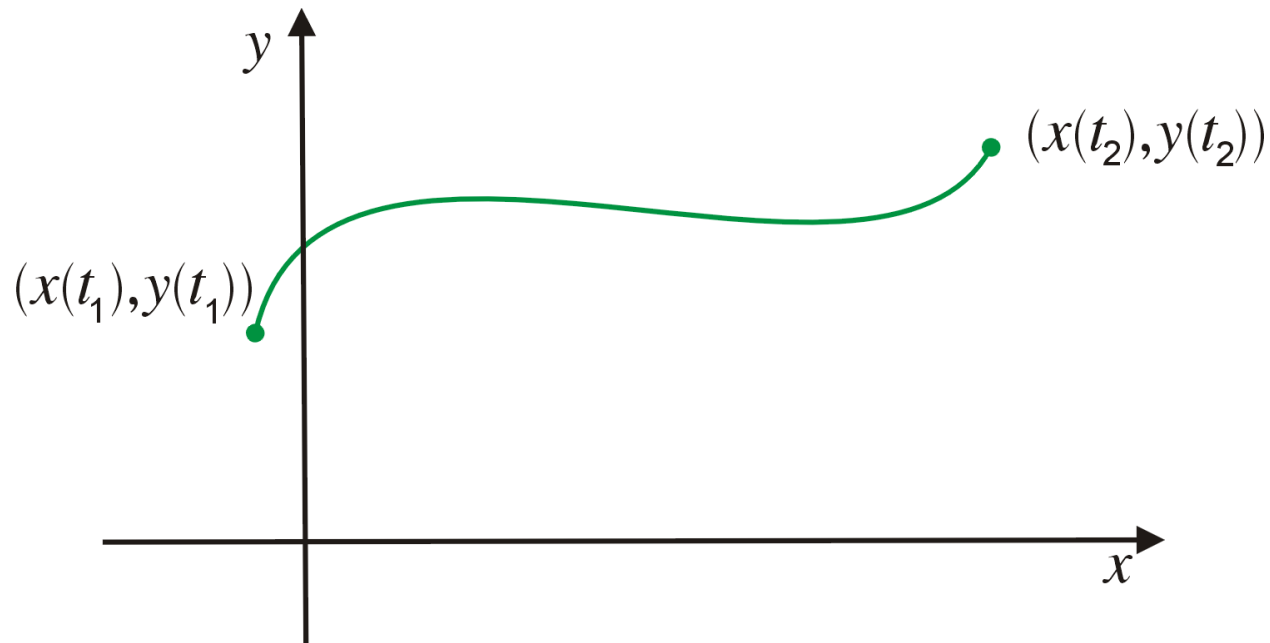
(F) Długość łuku wykresu funkcji



$$|L| = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$$

Założenie: funkcje $f(x)$ i $f'(x)$ są ciągłe dla $x \in [a, b]$.

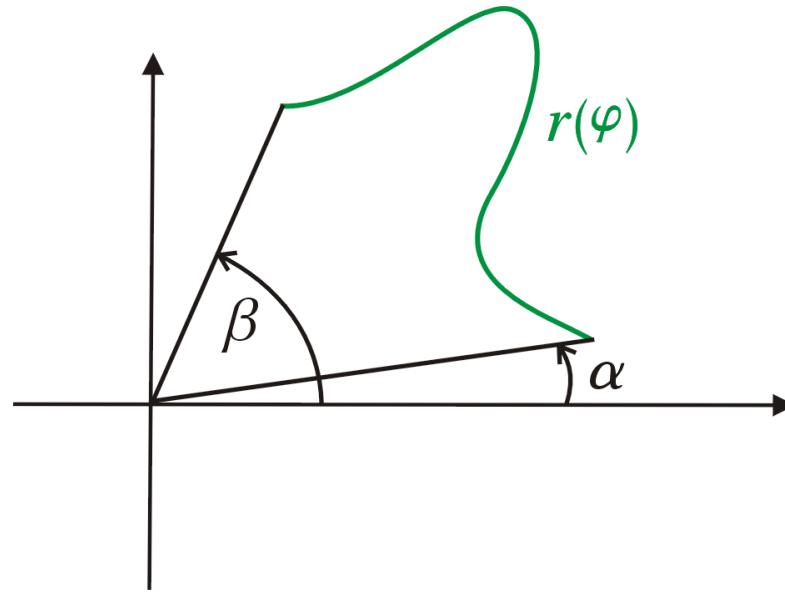
(G) Długość łuku krzywej zadanej parametrycznie



$$|L| = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$$

Założenie: funkcje $x(t)$, $x'(t)$, $y(t)$ i $y'(t)$ są ciągłe dla $t \in [t_1, t_2]$.

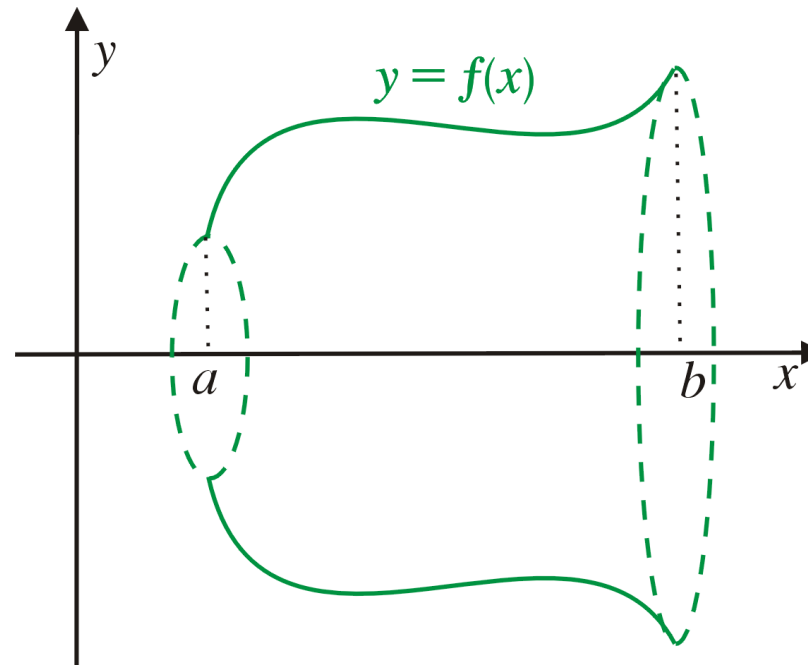
(H) Długość łuku krzywej we współrzędnych biegunowych



$$|L| = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(r(\varphi))^2 + (r'(\varphi))^2} d\varphi$$

Założenie: funkcje $r(\varphi)$ i $r'(\varphi)$ są ciągłe dla $\varphi \in [\alpha, \beta]$.

(I) Objętość bryły obrotowej powstałej przez obrót wykresu funkcji dookoła osi OX



$$|V| = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

Założenie: funkcja $f(x)$ jest ciągła dla $x \in [a, b]$.