Wydział: WILiŚ, Budownictwo, sem.2

dr Jolanta Dymkowska

Zastosowania całki potrójnej w mechanice

Niech $\varrho = \varrho(x, y, z)$ będzie dana ciągłą gęstością masy bryły $\mathcal{V}$.

- Masa obszaru normalnego $\mathcal{V} \subset \mathbb{R}^3$:

$$\mathcal{M} \stackrel{def}{=} \iiint\limits_{\mathcal{V}} \varrho(x, y, z)\, dV, \qquad (\, dV = dxdydz\,)$$

- Momenty statyczne bryły $\mathcal{V}$ względem płaszczyzn układu:

$$\mathcal{M}_{XY} \stackrel{def}{=} \iiint\limits_{\mathcal{V}} z\, \varrho(x, y, z)\, dV,$$

$$\mathcal{M}_{XZ} \stackrel{def}{=} \iiint\limits_{\mathcal{V}} y\, \varrho(x, y, z)\, dV,$$

$$\mathcal{M}_{YZ} \stackrel{def}{=} \iiint\limits_{\mathcal{V}} x\, \varrho(x, y, z)\, dV,$$

- Współrzędne środka ciężkości:

$$x_c \stackrel{def}{=} \frac{\mathcal{M}_{YZ}}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \iiint\limits_{\mathcal{V}} x\, \varrho(x, y, z)\, dV,$$

$$y_c \stackrel{def}{=} \frac{\mathcal{M}_{XZ}}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \iiint\limits_{\mathcal{V}} y\, \varrho(x, y, z)\, dV,$$

$$z_c \stackrel{def}{=} \frac{\mathcal{M}_{XY}}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \iiint\limits_{\mathcal{V}} z\, \varrho(x, y, z)\, dV,$$

- Momenty bezwładności bryły $\mathcal{V}$ względem osi układu:

$$\mathcal{I}_X \stackrel{def}{=} \iiint\limits_{\mathcal{V}} \varrho(x, y, z)\, (\, y^2 + z^2\,)\, dV,$$

$$\mathcal{I}_Y \stackrel{def}{=} \iiint\limits_{\mathcal{V}} \varrho(x, y, z)\, (\, x^2 + z^2\,)\, dV,$$

$$\mathcal{I}_Z \stackrel{def}{=} \iiint\limits_{\mathcal{V}} \varrho(x, y, z)\, (\, x^2 + y^2\,)\, dV,$$

- Moment bezwładności bryły $\mathcal{V}$ względem początku układu:

$$\mathcal{I}_O \stackrel{def}{=} \iiint\limits_{\mathcal{V}} \varrho(x, y, z)\, (\, x^2 + y^2 + z^2\,)\, dV,$$