

ZASTOSOWANIA CAŁKI KRZYWOLINIOWEJ W MECHANICE

Niech $\varrho = \varrho(x, y)$ będzie daną ciągłą gęstością liniową masy łuku gładkiego $L \subset \mathbb{R}^2$.

- Masa łuku L :

$$\mathcal{M} \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y) dl$$

- Momenty statyczne łuku L względem osi układu:

$$\mathcal{M}_X \stackrel{def}{=} \int_L y \varrho(x, y) dl,$$

$$\mathcal{M}_Y \stackrel{def}{=} \int_L x \varrho(x, y) dl,$$

- Współrzędne środka ciężkości:

$$x_c \stackrel{def}{=} \frac{\mathcal{M}_Y}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \int_L x \varrho(x, y) dl,$$

$$y_c \stackrel{def}{=} \frac{\mathcal{M}_X}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \int_L y \varrho(x, y) dl,$$

- Momenty bezwładności łuku L względem osi układu:

$$\mathcal{I}_X \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y) y^2 dl,$$

$$\mathcal{I}_Y \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y) x^2 dl,$$

- Moment bezwładności łuku L względem początku układu:

$$\mathcal{I}_O \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y) (x^2 + y^2) dl,$$

Niech $\varrho = \varrho(x, y, z)$ będzie daną ciągłą gęstością liniową masy łuku gładkiego $L \subset \mathbb{R}^3$.

- Masa łuku L :

$$\mathcal{M} \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y, z) dl$$

- Momenty statyczne łuku L względem płaszczyzn układu:

$$\mathcal{M}_{XY} \stackrel{def}{=} \int_L z \varrho(x, y, z) dl,$$

$$\mathcal{M}_{XZ} \stackrel{def}{=} \int_L y \varrho(x, y, z) dl,$$

$$\mathcal{M}_{YZ} \stackrel{def}{=} \int_L x \varrho(x, y, z) dl,$$

- Współrzędne środka ciężkości:

$$x_c \stackrel{def}{=} \frac{\mathcal{M}_{YZ}}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \int_L x \varrho(x, y, z) dl,$$

$$y_c \stackrel{def}{=} \frac{\mathcal{M}_{XZ}}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \int_L y \varrho(x, y, z) dl,$$

$$z_c \stackrel{def}{=} \frac{\mathcal{M}_{XY}}{\mathcal{M}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \int_L z \varrho(x, y, z) dl,$$

- Momenty bezwładności łuku L względem osi układu:

$$\mathcal{I}_X \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y, z) (y^2 + z^2) dl,$$

$$\mathcal{I}_Y \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y, z) (x^2 + z^2) dl,$$

$$\mathcal{I}_Z \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y, z) (x^2 + y^2) dl,$$

- Moment bezwładności łuku L względem początku układu:

$$\mathcal{I}_O \stackrel{def}{=} \int_L \varrho(x, y, z) (x^2 + y^2 + z^2) dl,$$