

- infinite sequence - ciąg nieskończony
- finite sequence - ciąg skończony
- sequence, progression - ciąg
- factorial - silnia
- factorial of  $n$  - silnia z  $n$
- $\binom{n}{k}$  -  $n$  choose  $k$ , the binomial coefficient, the Newton symbol - in Polish we say “ $n$  po  $k$ ”
- term - wyraz ciągu
- monotonicity - monotoniczność
- monotonic - monotoniczny
- nonmonotonic - niemonotoniczny
- increasing - rosnący
- non-decreasing - niemalejący
- non-increasing - nierosnący
- decreasing - malejący
- bounded - ograniczony
- bounded from above - ograniczony z góry
- bounded from below - ograniczony z dołu
- unbounded - nieograniczony
- arithmetic sequence - ciąg arytmetyczny
- common difference - różnica między dwoma kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego
- geometric sequence - ciąg geometryczny
- common ratio - iloraz dwóch kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego
- limit - granica
- proper limit - granica właściwa (nie  $\pm\infty$ )
- improper limit - granica niewłaściwa ( $\pm\infty$ )
- $\infty$  - infinity
- convergent - zbieżny
- divergent - rozbieżny

- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$  - sequence  $a_n$  converges to two
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$  - sequence  $a_n$  converges to infinity
- sandwich theorem - twierdzenie o trzech ciągach
- periodic fraction - ułamek okresowy
- decimal fraction - ułamek dziesiętny
- common fraction - ułamek zwykły

**Exercise 1.** Write in English using words - not mathematical symbols:

- Znając silnię z  $n$ , można łatwo policzyć silnię z  $n + 1$ .
- Jeżeli ciąg jest monotoniczny i ograniczony, to posiada granicę właściwą.
- Granica ciągu  $(1 + \frac{1}{n})$  wynosi 1.
- Jeżeli dwa ciągi mają granice właściwe, to granica ich sumy jest sumą ich granic.
- Ciąg  $(-1)^n \cdot n$  jest rozbieżny.
- W niektórych książkach jest napisane, że jeżeli ciąg dąży do nieskończoności, to jest rozbieżny. My jednak nie stosujemy tej notacji na wykładach i ćwiczeniach.

**Exercise 2.** Read out loud:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$ ,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{2}{3})^n = 0$ ,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} |(-1)^n \cdot n| = \infty$ .

**Exercise 3.** Which form of the adjective is correct?

- a) unproper, b) improper, c) nonproper.
- a) unmonotonic, b) inmonotonic, c) nonmonotonic.
- a) unbounded, b) imbounded, c) nonbounded.

Answers to language exercises are printed on the next page.

**Answers to language exercises****Exercise 1.**

- a) Knowing the factorial of  $n$  it is easy to compute the factorial of  $n$  plus one.
- b) If a sequence is monotonic and bounded then it has a proper limit.
- c) The limit of a sequence with its  $n$ -th term equal to one plus one over  $n$  is one.
- d) If two sequences have a proper limit then the limit of their sum is the sum of their limits.
- e) Sequence with  $n$ -th term equal to minus one to the  $n$ -th power times  $n$  is divergent.
- f) It is said in some books, that if a sequence converges to infinity then it is divergent. However, we do not use such notation during lectures and classes.

**Exercise 2.**

- a) As  $n$  converges to infinity, the sequence one plus one over  $n$  all to the power of  $n$  converges to number  $e$ .
- b) The limit of two thirds to the power of  $n$  is 0 in infinity.
- c) The limit of the absolute value of minus one to the power of  $n$  times  $n$  is infinity.

**Exercise 3.**

- a) improper,
- b) nonmonotonic,
- c) unbounded.